

Begrenzung der Rissbreiten

1. Einleitung

Risse im Beton sind kein Schaden, wenn die Rissbreiten bestimmte Grenzwerte nicht überschreiten. Dann ist sichergestellt, dass die Dauerhaftigkeit (z.B. gegen Korrosion), die Funktionalität (z.B. wasserdicht) und das Erscheinungsbild (Ästhetik) eines Tragwerks nicht beeinträchtigt sind.

Die **Grenzwerte der Rissbreiten w_{max}** für **normale Anforderungen** sind in **Tabelle 7.1DE im EC 2** in Abhängigkeit der Expositionsklassen festgelegt:

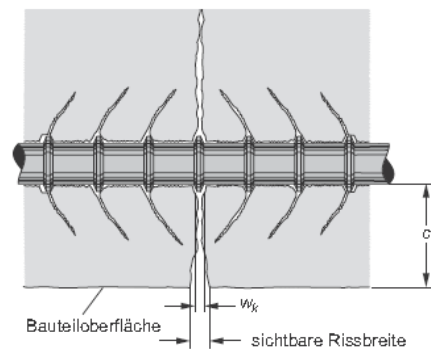
Expositionsklasse	Stahlbeton und Vorspannung ohne Verbund	Vorspannung mit nachträglichem Verbund	Vorspannung mit sofortigem Verbund		
		mit Einwirkungskombination			
		quasi-ständig	häufig	häufig	selten
X0, XC1	0,4 ^a	0,2	0,2	—	
XC2 – XC4	0,3	0,2 ^{b, c}	0,2 ^b		
XS1 – XS3			Dekompression	0,2	
XD1, XD2, XD3 ^d					

^a Bei den Expositionsklassen X0 und XC1 hat die Rissbreite keinen Einfluss auf die Dauerhaftigkeit und dieser Grenzwert wird i. Allg. zur Wahrung eines akzeptablen Erscheinungsbildes gesetzt. Fehlen entsprechende Anforderungen an das Erscheinungsbild, darf dieser Grenzwert erhöht werden.

^b Zusätzlich ist der Nachweis der Dekompression unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination zu führen.

^c Wenn der Korrosionsschutz anderweitig sichergestellt wird (Hinweise hierzu in den Zulassungen der Spanverfahren), darf der Dekompressionsnachweis entfallen.

^d Beachte 7.3.1 (7).



Für Bauteile mit **besonderen Anforderungen** (z.B. Wasserundurchlässigkeit (von 0,1 mm bis 0,2 mm), chemischer Angriff, usw., vgl. XD3) können **strengere Begrenzungen der Rissbreiten** erforderlich sein. Dies ist dann meistens in speziellen Normen oder Regelwerken festgelegt oder muss mit dem Bauherrn abgesprochen werden.

Die Mindestanforderungen nach Tabelle 7.1DE dürfen vom Bauherrn für den Nachweis von Bauzuständen verschärft werden.

Bei einem **2-Ebenen-Stoß von Betonstahlmatten** mit $a_s \geq 6 \text{ cm}^2/\text{m}$ ist die Stahlspannung im Stoßbereich für den Rissbreitennachweis um 25 % zu erhöhen.

Folgende Nachweise sind zur Begrenzung der Rissweite zu führen:

- **Nachweis der Mindestbewehrung:**
Eine Mindestbewehrung ist so zu dimensionieren, dass der Stahl nach der Rissbildung nicht fließt, d.h. die durch das Aufreißen des Betons frei werdende Kraft muss vom Stahl ohne Fließen aufgenommen werden können. Dadurch werden klaffende Risse vermieden. Zusätzlich muss die Rissbreite auf ein gefordertes Maß begrenzt werden, was unter Umständen zu einer weiteren Reduktion der Stahlspannung führt. Falls die einwirkenden Schnittgrößen die Risschnittgrößen nicht erreichen, kann die Mindestbewehrung vermindert werden.
- **Nachweis der Begrenzung der Rissbreite unter der maßgebenden Einwirkungskombination:**
Durchmesser und/oder Abstand der Stäbe sind in Abhängigkeit der Stahlspannung so zu begrenzen, dass die zulässige Rissbreite eingehalten wird.

Wie man unschwer erkennen kann, ist die maßgebende Größe für die oben genannten Nachweise die zum betrachteten Zeitpunkt existierende **wirksame Betonzugfestigkeit** $f_{ct,eff}$. Je größer sie ist, desto größer wird die Kraft, die beim Aufreißen des Betons freigesetzt wird und dann vom Stahl aufgenommen werden muss.

Die **Rechenwerte der Betonzugfestigkeit** für ein Betonalter $t > 28$ Tage sind im EC 2 festgelegt:

mittlerer charakteristischer Wert:	$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3}$ für $C < C60$
5%-Fraktile:	$f_{ctk;0,05} = 0,7f_{ctm}$
95%-Fraktile:	$f_{ctk;0,95} = 1,3f_{ctm}$

Der **Nachweis der Rissbreite** erfolgt im **Normalfall** mit $f_{ct,eff} = f_{ctm}$. Wenn der Abschluss der Rissbildung mit Sicherheit innerhalb der ersten 28 Tage festgelegt werden kann, darf ein niedrigerer Wert mit $f_{ctm}(t)$ angesetzt werden. Falls ein niedrigerer Wert $f_{ctm}(t)$ angesetzt wird, ist dieser durch Hinweis in der Baubeschreibung, der Ausschreibung und auf den Ausführungsunterlagen dem Bauausführenden rechtzeitig mitzuteilen, damit dies bei der Festlegung des Betons berücksichtigt werden kann.

Der **Nachweis der Mindestbewehrung** wird im Normalfall mit dem o.g. $f_{ct,eff}$ geführt. Wenn nicht sicher ist, dass der Zeitpunkt der Rissbildung weniger als 28 Tage nach dem Betonieren liegt, dann muss eine **Mindestbetonzugfestigkeit von $f_{ct,eff} = 3,0 \text{ MN/m}^2$ für den Nachweis der Mindestbewehrung** angesetzt werden.

Als rechnerische Anhaltswerte für die frühe Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff} = f_{ctm}(t)$ für „übliche“ Betone mit mittlerer Festigkeitsentwicklung können die folgenden Werte dienen:

- nach 3 Tagen ca. $f_{ct,eff} = 0,65f_{ctm}$
- nach 5 Tagen ca. $f_{ct,eff} = 0,75f_{ctm}$
- nach 7 Tagen ca. $f_{ct,eff} = 0,85f_{ctm}$

Je dicker die Bauteile, umso länger dauert das Abfließen der Hydratationswärme (vereinfacht: Bauteildicke $h \leq 0,30 \text{ m}$ etwa 3 Tage und $h > 0,80 \text{ m}$ etwa 7 Tage und länger). Außen- und Frischbetontemperaturen sowie die Verweildauer in der Schalung beeinflussen den Hydratations- und Erhärtungsverlauf ebenfalls.

Bei langsam erhärtendem Beton können die o.g. Werte etwa um $0,15f_{ctm}$ reduziert, bei schnell erhärtendem Beton sollten sie um etwa $0,15f_{ctm}$ vergrößert werden.

Eine mögliche Ursache der Rissbildung ist das Auftreten von Zwang im Bauteil. Man unterscheidet grundsätzlich 2 Arten von Zwang:

Direkter Zwang, durch das Bauteil selbst entstehend, z.B.:

- Durch Hydratationswärme beim Abbinden des Betons.
- Durch Schwinden des Betons.
- Durch Eigenspannungen z.B. infolge schneller Temperaturänderung

Indirekter Zwang, von außen auf das Bauteil einwirkend, z.B.:

- Durch Stützensenkung.
- Durch Temperaturänderung in angrenzenden Bauteilen.

Der Vorgang der Rissbildung, der im Folgenden genauer untersucht werden soll, kann in 2 wesentliche Situationen eingeteilt werden:

Der erste Riss tritt nach Erreichen einer bestimmten Belastung an der schwächsten Stelle im Bauteil durch Überschreiten der Betonzugfestigkeit auf (**Erstrissbildung**). Um einen klaffenden Riss zu vermeiden, muss, wie oben schon erwähnt, Mindestbewehrung angeordnet werden.

Durch kontinuierliche Steigerung der Last treten immer weitere Risse an den nächst schwächeren Stellen des Betons auf, bis das sog. **abgeschlossene Rissbild** erreicht wird.

Die bei der Biegebemessung angesetzte Spannungsverteilung ist nur für den gerissenen Beton zutreffend. Zwischen den Rissen beteiligt sich der Beton an der Aufnahme der Zugspannungen, man spricht von der **Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen** (tension stiffening).

Das Bauteil bleibt so lange im Zustand I (Hooke'sches Gesetz), bis die Stahlspannung die für die Erstrissbildung erforderliche Größe σ_{sr} erreicht hat. Der Bereich der Erstrissbildung ist gekennzeichnet durch eine überproportional zunehmende Dehnung ohne größere Laststeigerung bis $\sigma_s \approx 1,3 \cdot \sigma_{sr}$. Danach wachsen Spannung und Dehnung wieder annähernd linear bis zur Fließgrenze f_y an. Oberhalb der Fließgrenze ist nur noch eine relativ geringe Laststeigerung bei sehr großer Zunahme der Dehnungen möglich.

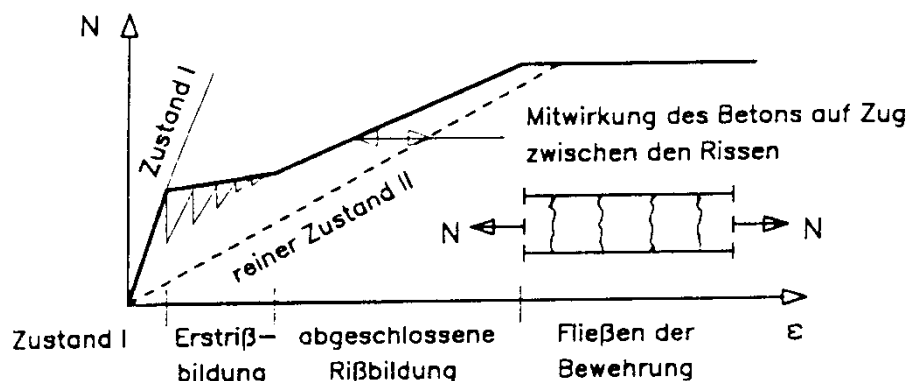


Bild: Veranschaulichung der Rissbildung am Zugstab

Da die Stahlspannung also fast immer (außer im Riss) kleiner ist als nach dem reinen Zustand II gerechnet, darf das tension stiffening nach EC 2 berücksichtigt werden, was durch den Ansatz einer **mittleren Stahldehnung** ϵ_{sm} erfolgt. Dies ist insbes. interessant bei Verformungsberechnungen oder bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung, da so die Steifigkeit größer ist als im reinen Zustand II.

Eine weitere maßgebende Größe für den Stahlbeton ist der schon angesprochene Verbund zwischen Stahl und Beton. Für die Berechnung von Verankerungs- und Übergreifungslängen sind zulässige Verbundspannungen im EC 2 festgelegt, was hierfür ausreichend ist.

Obwohl die Verbundspannung lastabhängig ist (siehe Bild), darf für die Thematik der Rissbreiten für normale Fälle vereinfacht mit einer mittleren Verbundspannung gerechnet werden.

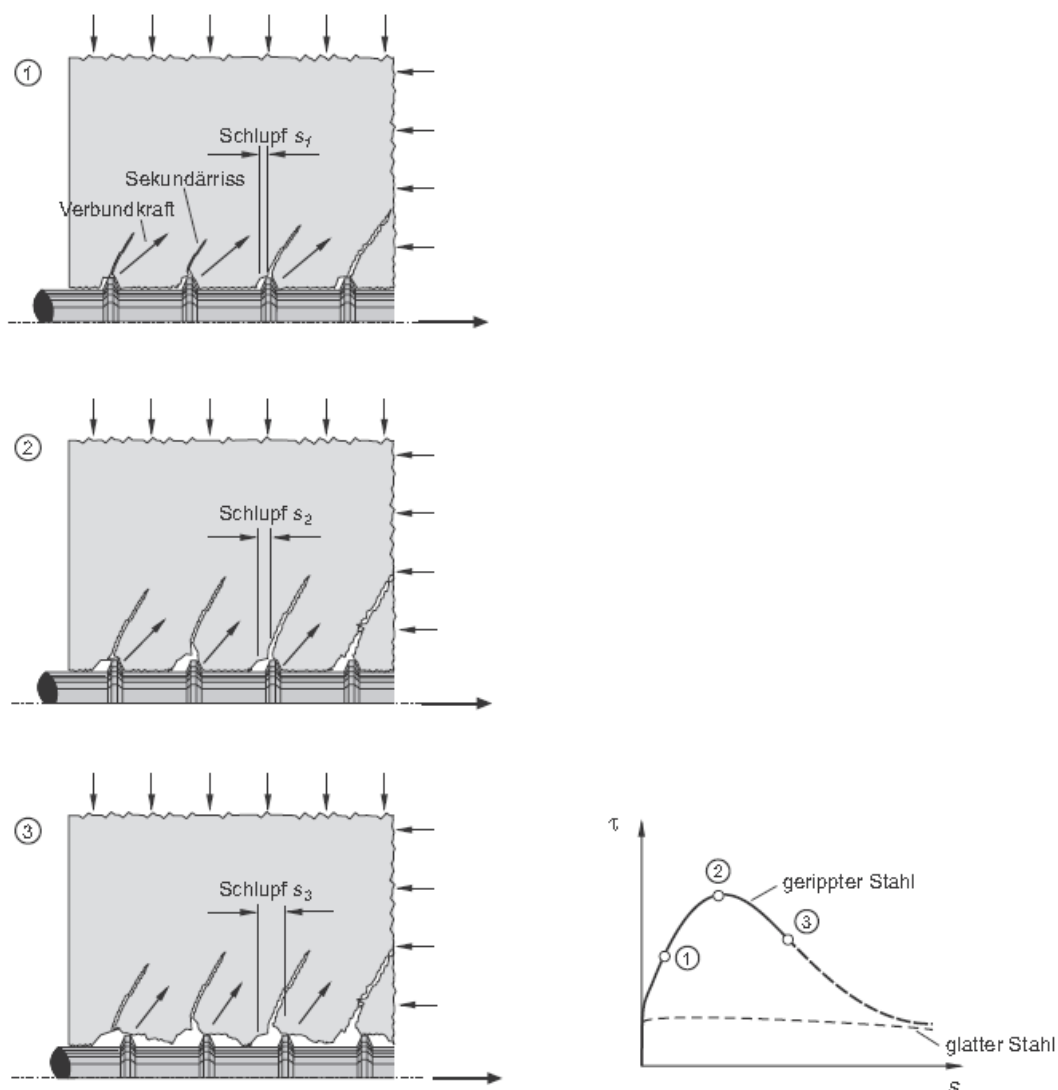


Bild: Verbundspannung

Mittlere Verbundspannung für normale Berechnungen: $\tau_{bm} = 1,8 \cdot f_{ct,eff}$ (1.1)

2. Mechanische Zusammenhänge bei der Rissbildung

Die mechanischen Zusammenhänge sollen am zentrischen Zugstab hergeleitet werden. Eine Übertragung auf andere Systeme wird dann im Anschluss erläutert.

2.1 Erstrissbildung

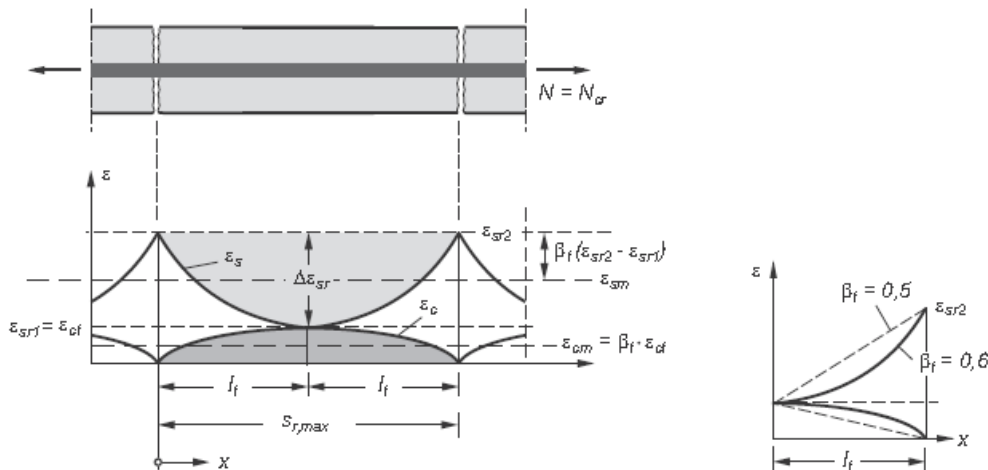


Bild: Erstrissbildung beim zentrischen Stahlbetonzugstab

Nach **Überschreiten der Betonzugfestigkeit** an der schwächsten Stelle bildet sich der 1. Riss im Zugstab. Die Betondehnung und damit auch die Betonspannung fallen im Riss auf Null ab. Die durch den Riss frei gesetzte Kraft muss nun der Stahl mit übernehmen. Dadurch erhöhen sich die Stahndehnung und die Stahlspannung im Riss beträchtlich.

Für die Herleitung der entstehenden Rissbreite sind die folgenden schon bekannten Größen erforderlich:

Geometrischer Längsbewehrungsgrad der **Zugzone**: $\rho_l = A_s / A_c$ (2.1.1)

Verhältniswert der E-Moduln von Stahl und Beton: $\alpha_e = E_s / E_{cm}$ (2.1.2)

Ideelle Querschnittsfläche von Stahlbeton: $A_i = A_c \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l)$ (2.1.3)

Vor der Rissbildung: Betonspannung: $\sigma_c = F / A_i$ (2.1.4)

Stahlspannung: $\sigma_s = \sigma_c \cdot \alpha_e$ (2.1.5)

Erforderliche **Kraft zur Bildung des 1. Risses**: $F_{cr} = f_{ct,eff} \cdot A_i$ (2.1.6)

Nach der Rissbildung: Betonspannung im Riss: $\sigma_c = 0$ (2.1.7)

Stahlspannung im Riss: $\sigma_{sr2} = F_{cr} / A_s$ (2.1.8)

Stahndehnung im Riss: $\varepsilon_{sr2} = \sigma_{sr2} / E_s$ (2.1.9)

Mit diesen Vorüberlegungen lässt sich die **Rissbreite aus der Differenz zwischen der Betonverlängerung und der Stahlverlängerung innerhalb des Rissabstandes s_r ermitteln:**

Rissabstand: $s_r = 2 \cdot l_t$ (2.1.10)

Rissbreite: $w = 2 \cdot l_t \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ (2.1.11)

Mittlere Stahldehnung: $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sr2} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) = \varepsilon_{sr2} \cdot (1 - \beta_t) + \beta_t \cdot \varepsilon_{sr1}$ (2.1.12)

Mittlere Betondehnung: $\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{ct} \cdot \beta_t$ (2.1.13)

Zur Bestimmung des **Mittlungsfaktors** (=Völligkeitsbeiwert) wurden umfangreiche Vergleichsrechnungen durchgeführt. Als Ergebnis ergab sich für **Kurzzeitbelastung** folgender Wert: $\beta_t \cong 0,6$

Die **Einleitungslänge l_t** , innerhalb derer die Kraft im Stahl zum Teil wieder auf den Beton übertragen wird, kann im Prinzip wie die Verankerungslänge l_b ermittelt werden: Die auf den Beton zu übertragende Kraft wird per Verbund über die Zylindermantelfläche (Höhe l_t) des Stahlstabes übertragen.

Damit ergibt sich die Einleitungslänge l_t aus dem Gleichgewicht in Stabrichtung: Die Resultierende der Betonspannungen hält der Resultierenden der Verbundspannungen das Gleichgewicht:

$$A_c \cdot f_{ct,eff} = \tau_{bm} \cdot l_t \cdot u_s \quad (2.1.14)$$

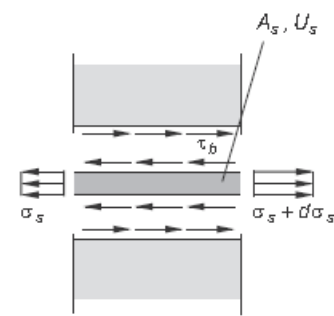
Stabumfang u_s : mit $A_s = \frac{d_s^2 \cdot \pi}{4}$

$$\text{folgt } u_s = d_s \cdot \pi \cdot \frac{A_s \cdot 4}{d_s^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot A_s}{d_s} \quad (2.1.15)$$

Aus 2.1.14 mit 2.1.3 folgt les: $l_t = \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s} = \frac{A_i \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l)}$ (2.1.16)

Mit 2.1.6 und 2.1.8 folgt: $l_t = \frac{\sigma_{sr2} \cdot A_s}{\tau_{bm} \cdot u_s} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \rho_l}$ (2.1.17)

Oder mit 2.1.15: $l_t = \frac{\sigma_{sr2} \cdot d_s}{\tau_{bm} \cdot 4} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \rho_l}$ (2.1.18)



Mit 2.1.18, 2.1.10 und 1.1 ergibt sich der maximal mögliche Rissabstand (siehe auch EC 2):

$$s_{r,max} = \frac{\sigma_{sr2} \cdot d_s}{\tau_{bm} \cdot 2} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \rho_l} \quad (2.1.19)$$

Mittlere Stahldehnung im Riss: $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sr2} \cdot (1 - \beta_t) + \beta_t \cdot \varepsilon_{sr1}$ (2.1.20)

Mittlere Betondehnung im Riss: $\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{ct} \cdot \beta_t$ (2.1.21)

Differenzdehnung im Riss: $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{sr2} \cdot (1 - \beta_t) + \beta_t \cdot \varepsilon_{sr1} - \varepsilon_{ct} \cdot \beta_t$ (2.1.22)

Mit $\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{sr1}$ folgt: $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = (1 - \beta_t) \cdot \varepsilon_{sr2}$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = (1 - \beta_t) \cdot \varepsilon_{sr2} = (1 - \beta_t) \cdot \frac{\sigma_{sr2}}{E_s} \quad (2.1.23)$$

2.1.17 und 2.1.23 in 2.1.10:

$$w = 2 \cdot l_t \cdot (1 - \beta_t) \cdot \varepsilon_{sr2} \quad (2.1.24)$$

$$w = s_{r,\max} \cdot \frac{(1 - \beta_t) \cdot \sigma_{sr2}}{E_s}$$

$$w = \frac{2 \cdot (1 - \beta_t) \cdot \sigma_{sr2}^2 \cdot A_s \cdot d_s}{\tau_{bm} \cdot 4 \cdot A_s \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l)}$$

$$w = \frac{(1 - \beta_t) \cdot \sigma_{sr2}^2 \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{bm} \cdot E_s \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l)} \quad (2.1.25)$$

2.1.25 für die Stahlspannung:

$$\sigma_{sr2} = \sqrt{\frac{2 \cdot w \cdot \tau_{bm} \cdot E_s \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l)}{(1 - \beta_t) \cdot d_s}} \quad (2.1.26)$$

Achtung: Die hergeleiteten Formeln gelten nur für die Erstrissbildung, d.h. $F < F_{cr}$!

Durch Umformulierung von 2.1.25 kann man eine Formel für die Bemessung der erforderlichen Bewehrung zur Erfüllung einer geforderten Rissbreite w herleiten:

Die Bemessungskraft beträgt: $F_{Ed} = \sigma_{sr2} \cdot A_s$ (2.1.27)

Aus 2.1.23 folgt damit: $w \cdot 2 \cdot \tau_{bm} \cdot E_s \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l) = (1 - \beta_t) \cdot \left(\frac{F_{cr}}{A_s}\right)^2 \cdot d_s$ (2.1.28)

Nach A_s aufgelöst mit $F_{Ed} < F_{cr}$: $A_s = \sqrt{\frac{(1 - \beta_t) \cdot F_{Ed}^2 \cdot d_s}{2 \cdot w \cdot \tau_{bm} \cdot E_s \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l)}}$ (2.1.29)

Da A_s im Längsbewehrungsgrad enthalten ist, lässt sich diese Gleichung nicht direkt lösen. Entweder schätzt man die erforderlichen Werte im Voraus und überprüft sie dann hinterher, oder man vereinfacht die Gleichung (kein großer Fehler):

Sinnvoller Schätzwert: $\rho_l \cong 0,01$ (2.1.28)

Beispiel für den Klammerwert mit C20/25: $1 + \alpha_e \cdot \rho_l = \frac{200000}{29000} \cdot 0,01 = 1,067$

Vereinfachung mit $\rho_l = 0,0$: $A_s \cong \sqrt{\frac{(1 - \beta_t) \cdot F_{Ed}^2 \cdot d_s}{2 \cdot w \cdot \tau_{bm} \cdot E_s}}$ (2.1.29)

Für **lang andauernde und wiederholte Belastung** wurde gezeigt, dass der Faktor $\beta_t = 0,6$ durch den **Faktor $\beta_t = 0,4$** ausgetauscht werden kann.

Dies resultiert aus einem Abfall der Verbundfestigkeit unter Dauerlast auf ca. 2/3, was im EC 2 durch den Zeitfaktor **$k_t = 0,6$ für Kurzzeitbelastung** und **$k_t = 0,4$ für Langzeitbelastung** berücksichtigt wird. $k_t = 0,6$ sollte nur in begründeten Ausnahmen (z.B. Anprall unter seltener Einwirkungskombination) benutzt werden, da der Zwangsabbau infolge Kriechens deutlich langsamer als der Abfall der Verbundsteifigkeit infolge des Verbundkriechens erfolgt.

2.2 Abgeschlossenes Rissbild

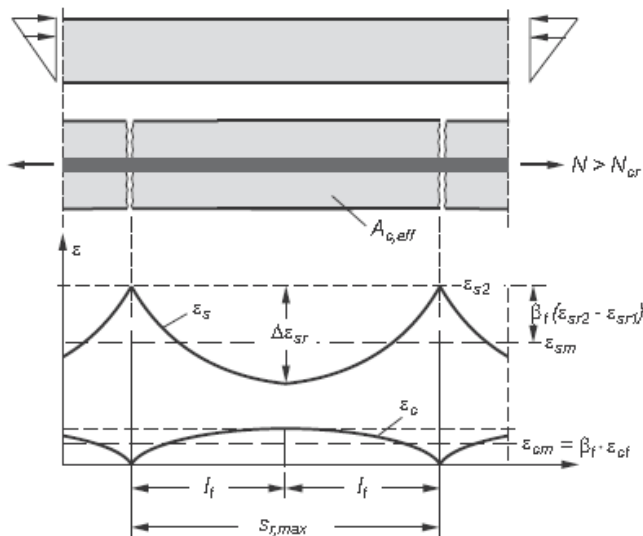


Bild: Quasi zentrisch gezogener Stahlbetonzugstab mit abgeschlossenem Rissbild

Ein abgeschlossenes Rissbild kann nur entstehen, wenn die Kraft F auf die Zugzone größer als die Risskraft ist:

$$F_{Ed} > F_{cr} = A_c \cdot f_{ct,eff} \quad (2.2.1)$$

Eine Dehnungsdifferenz zwischen Stahl und Beton ist dann überall vorhanden. Dadurch ist die Randbedingung zur Bestimmung der Einleitungslänge (= halber Rissabstand) nicht mehr eindeutig. Es steht nur fest, dass die über den Verbund eingeleitete maximale Kraft zwischen 2 vorhandenen Rissen den Beton zum Reißen bringt.

Einleitungslänge aus 2.1.14:

$$l_t = \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s} \quad (2.2.2)$$

Da der Rissabstand nicht eindeutig ist, kann man 2 Grenzwerte für die Rissbreite festlegen:

Kleinste Rissbreite:

$$w_{min} = l_t \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.2.3)$$

Größte Rissbreite:

$$w_{max} = 2 \cdot l_t \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.2.4)$$

Mit 1.1, 2.2.2 und 2.1.15 ergibt sich der maximal mögliche Rissabstand (siehe auch EC 2) zu:

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_t = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s} = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff} \cdot d_s}{1,8 \cdot f_{ct,eff} \cdot 4 \cdot A_s} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_l} \quad (2.2.5)$$

Mittlere Stahldrehung im Riss:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sr2} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) \quad (2.2.6)$$

Mittlere Betondehnung im Riss:

$$\varepsilon_{cm} = \beta_t \cdot \varepsilon_{ct} \quad (2.2.7)$$

Differenzdehnung im Riss:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{sr2} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) - \beta_t \cdot \varepsilon_{ct} \quad (2.2.8)$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{sr2} - \beta_t \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{E_s \cdot A_s} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_{cm}} \quad (2.2.9)$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{sr2}}{E_s} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s \cdot \rho_l} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot \alpha_e}{E_s}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{sr2}}{E_s} - \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \left(\frac{\beta_t}{\rho_l} + \beta_t \cdot \alpha_e \right)$$

Das ergibt (vgl. EC 2):

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{sr2}}{E_s} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s \cdot \rho_l} (1 + \alpha_e \cdot \rho_l) \quad (2.2.10)$$

2.2.2 in 2.2.4 ergibt:

$$w = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.2.11)$$

mit 2.1.15 und 2.1.1 folgt:

$$w = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff} \cdot d_s}{\tau_{bm} \cdot 4 \cdot A_s} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.2.12)$$

Lösung mit 2.2.10:

$$w = \frac{f_{ct,eff} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_l} \left[\frac{\sigma_{sr2}}{E_s} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_l \cdot E_s} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l) \right] \quad (2.2.13)$$

2.2.13 für die Stahlspannung:

$$\sigma_{sr2} = \frac{2 \cdot w \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_l \cdot E_s}{f_{ct,eff} \cdot d_s} + \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_l} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l) \quad (2.2.14)$$

Zum Zweck der **Bemessung bei vorgegebener Rissbreite w** bietet es sich auch hier an, die Formel 2.2.13 nach der erforderlichen Bewehrung umzuformen:

Die Bemessungskraft beträgt:

$$F_{Ed} = \sigma_{sr2} \cdot A_s > F_{cr} = A_c \cdot f_{ct,eff} \quad (2.2.15)$$

$$2.2.11 \text{ mit } 2.2.9: \quad w = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s} \cdot \left(\varepsilon_{sr2} - \beta_t \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{E_s \cdot A_s} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_{cm}} \right) \quad (2.2.16)$$

$$2.2.15 \text{ eingesetzt:} \quad w = \frac{2 \cdot F_{cr} \cdot d_s}{\tau_{bm} \cdot 4 \cdot A_s} \cdot \left(\frac{F_{Ed}}{E_s \cdot A_s} - \beta_t \cdot \frac{F_{cr}}{E_s \cdot A_s} - \beta_t \cdot \frac{F_{cr}}{E_{cm} \cdot A_c} \right) \quad (2.2.17)$$

$$w = \frac{F_{cr} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{bm} \cdot A_s^2 \cdot E_s} \cdot \left(F_{Ed} - \beta_t \cdot F_{cr} - \beta_t \cdot F_{cr} \cdot \frac{E_s \cdot A_s}{E_{cm} \cdot A_c} \right) \quad (2.2.18)$$

$$w = \frac{F_{cr} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{bm} \cdot A_s^2 \cdot E_s} \cdot \left(F_{Ed} - \beta_t \cdot F_{cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l) \right) \quad (2.2.19)$$

Erforderliche Bewehrung:

$$A_s = \sqrt{\frac{(F_{Ed} - \beta_t \cdot F_{cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_l)) \cdot F_{cr} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{bm} \cdot E_s \cdot w}} \quad (2.2.20)$$

Da auch hier wieder der Bewehrungsgrad in der Gleichung enthalten ist, muss auch hier zuerst eine Schätzung der Bewehrung vorgenommen werden, die im Nachhinein kontrolliert werden muss (vgl. oben).

Wenn man den **Bewehrungsgrad vereinfachend zu Null** annimmt, dann kann man ohne großen Fehler (vgl. oben) folgende Formel benutzen:

$$\text{Erforderliche Bewehrung:} \quad A_s \cong \sqrt{\frac{(F_{Ed} - \beta_t \cdot F_{cr}) \cdot F_{cr} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{bm} \cdot E_s \cdot w}} \quad (2.2.21)$$

Für **lang andauernde und wiederholte Belastung** ist der Faktor $\beta_t = 0,4$, für **Kurzzeitbelastung** ist mit dem Faktor $\beta_t = 0,6$ zu rechnen (vgl. oben).

Aus der Gleichung 2.1.25 für den Einzelriss und der Gleichung 2.2.13 für das abgeschlossene Rissbild können die größten zulässigen Stabdurchmesser zur gezielten Begrenzung der Rissbreite ermittelt werden. Durch entsprechende Umformung (hier nicht gezeigt) kann anstatt des Stabdurchmessers der Stababstand ermittelt werden.

In den folgenden Bildern ist die Abhängigkeit des Stabdurchmessers von der Stahlspannung und vom Bewehrungsgrad für einen bestimmten Beton und eine bestimmte Rissbreite dargestellt (analog ist dies für den Stababstand möglich). Man kann erkennen, dass bei **Einzelrissen der zulässige Stabdurchmesser fast unabhängig vom Bewehrungsgrad** ist, während beim **abgeschlossenen Rissbild der Bewehrungsgrad den zulässigen Durchmesser entscheidend beeinflusst**.

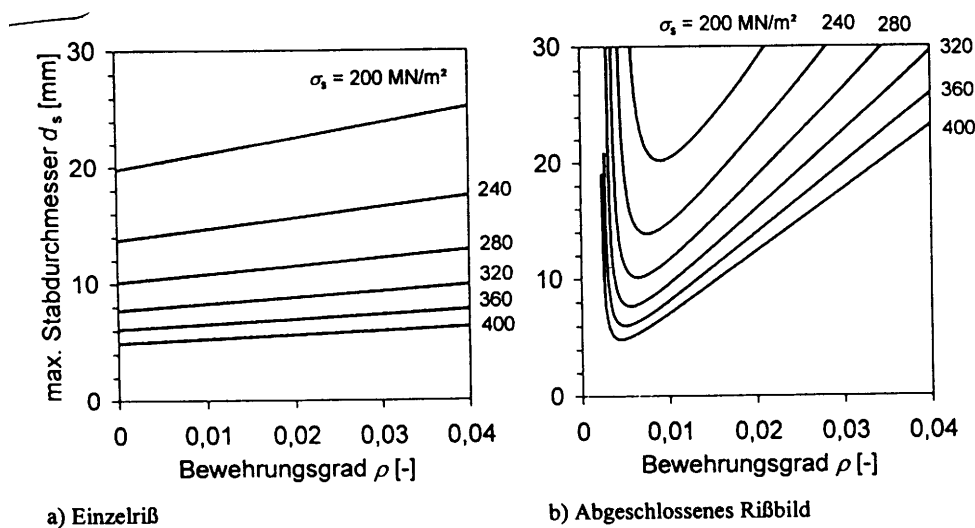


Bild: Abhängigkeit von d_s vom Bewehrungsgrad bei konstanter Stahlspannung

Zusammenstellung mit Vereinfachung $\rho_l = 0$ und $\tau_{bm} = 1,8 \cdot f_{ct,eff}$ Langzeitbelastung

Einzelriss:

$$w = \frac{\sigma_{sr2}^2 \cdot d_s}{6 \cdot f_{ct,eff} \cdot E_s}$$

$$\sigma_{sr2} = \sqrt{\frac{6 \cdot w \cdot f_{ct,eff} \cdot E_s}{d_s}}$$

$$A_s \cong \sqrt{\frac{F_{Ed}^2 \cdot d_s}{6 \cdot w \cdot f_{ct,eff} \cdot E_s}}$$

Abg. Rissbild:

$$w = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_l} \cdot \left[\frac{\sigma_{sr2}}{E_s} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_l \cdot E_s} \right]$$

$$\sigma_{sr2} = \frac{3,6 \cdot w \cdot \rho_l \cdot E_s}{d_s} + 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_l}$$

$$A_s \cong \sqrt{\frac{(F_{Ed} - 0,4 \cdot F_{cr}) \cdot F_{cr} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot E_s \cdot w}}$$

3. Effektive Betonzugfläche $A_{ct,eff}$

Bei dem bis jetzt betrachteten Stahlbetonzugstab war die effektive Betonzugfläche gleich der Gesamtbetonfläche. Es stellt sich daher die Frage, wie groß die über den Verbund eingeleitete Kraft sein muss, um den nächsten Riss zu erzeugen, wenn nur ein Teil der Zugfläche aufreißt.

Bei dicken Bauteilen oder Bauteilen mit Biegung entstehen schon **Risse, bevor die gesamte nach Zustand I unter Zug stehende Betonfläche aufgerissen ist**, d.h. die erforderliche Kraft ist kleiner als $A_c \cdot f_{ct,eff}$. Da diese Risse nicht die gesamte Zugzone durchdringen, spricht man von Sekundär- oder auch Sammelrissen (vgl. Bild), die betroffene Betonfläche ist die **effektive Zugfläche $A_{ct,eff}$** und liegt praktisch immer in der Nähe der Bewehrung.

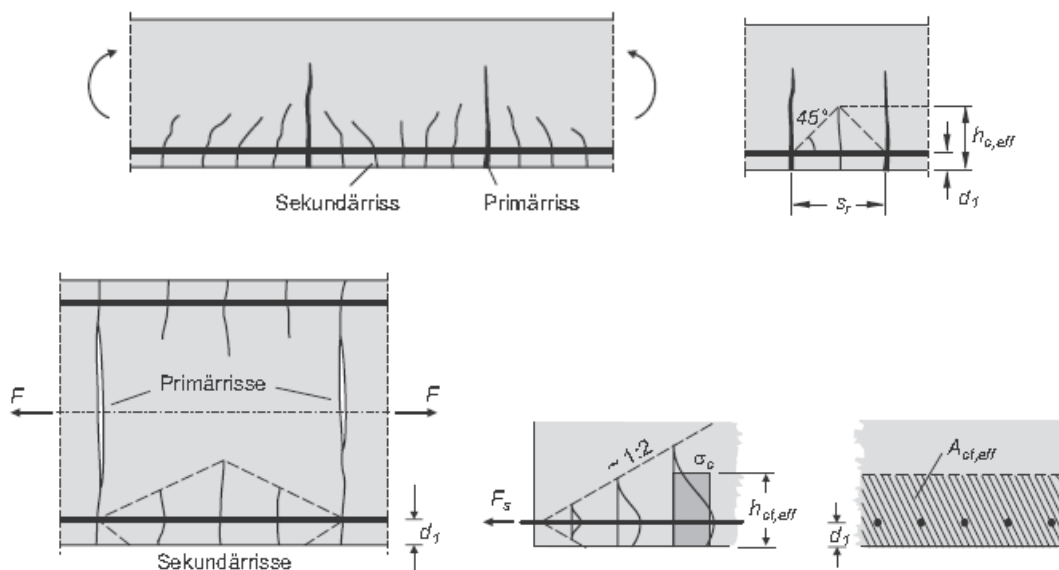


Bild: Rissbildung bei einem Biegestab und einem zentrisch gezogenen Zugstab

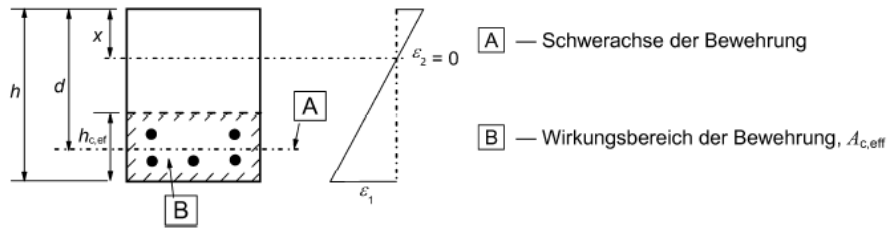
Zur Ermittlung der effektiven Zugfläche $A_{ct,eff}$ wurden umfangreiche FE-Rechnungen durchgeführt. Der hierfür maßgebende Ausbreitungswinkel zwischen 2 Primärrissen wurde früher mit ca. 45° angenommen, neuere Untersuchungen kommen auf ca. 26° , also eine Steigung von 1:2. Das Ergebnis hiervon ist eine sehr einfache Festlegung der effektiven Höhe der Zugzone, die in den EC 2 aufgenommen wurde (siehe Bild unten):

Allgemein:
$$A_{ct,eff} = b_t \cdot d_1 \cdot 2,5 \leq b_t \cdot (h - x^{II}) / 3 \leq b_t \cdot h / 2 \quad (3.1)$$

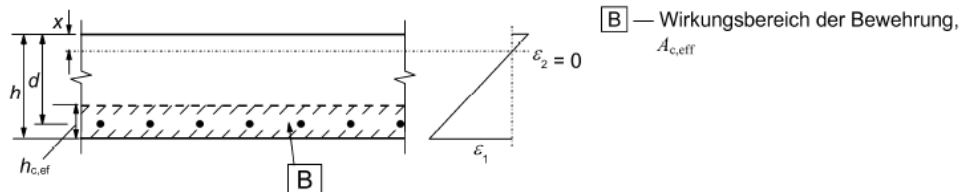
b_t Breite der Zugzone

x^{II} Höhe der Druckzone im Zustand II

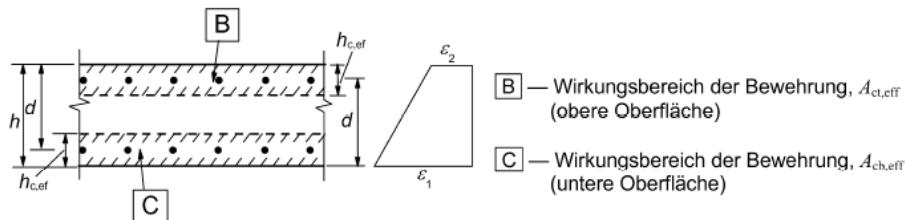
$d_1=h-d$ Lage der Schwerachse der Zugbewehrung vom gezogenen Rand aus



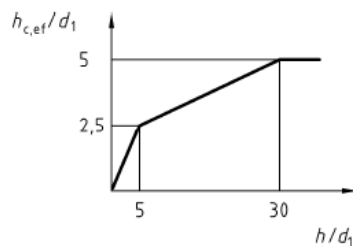
a) Träger



b) Platte / Decke



c) Bauteil unter Zugbeanspruchung



$$d_1 = (h - d)$$

d) Vergrößerung der Höhe $h_{c,eff}$ des Wirkungsbereiches der Bewehrung bei zunehmender Bauteildicke bei zentrischer Belastung

Bild 7.1DE: Festlegung der effektiven Zugfläche $A_{ct,eff}$

Der Ansatz für den Wirkungsbereich der Bewehrung $A_{ct,eff} = 2,5d_1$ gilt nur für eine konzentrierte Bewehrungsanordnung und dünne Bauteile mit $h/d_1 \leq 10$ bei Biegung und $h/d_1 \leq 5$ bei zentrischem Zwang hinreichend genau. Bei dickeren Bauteilen kann der Wirkungsbereich bis auf $5d_1$ anwachsen (siehe Bild 7.1DE d).

Wenn die Bewehrung nicht im Grenzbereich $(h-x^II)/3$ liegt, sollte dieser auf $(h-x^I)/2$ mit der Druckzonenhöhe x^I im Zustand I vergrößert werden.

Folgerung:

Sämtliche Formeln, die für den zentrischen Zugstab hergeleitet wurden, können somit auf beliebig belastete Querschnitte angewendet werden, wenn die effektive Betonzugfläche $A_{ct,eff}$ anstatt der Betonfläche A_c eingesetzt wird.

4. Schnittgrößen und Stahlspannungen bei Rissbildung

4.1 Stahlspannung im Zustand II

Die genaue Ermittlung der Stahlspannungen durch Iteration der Dehnungsebene wurde im Kapitel „Biegebemessung“ behandelt. Hier erfolgt nur eine Zusammenstellung zur schnellen näherungsweise Ermittlung der Stahlspannung für Querschnitte unter Zugbeanspruchung. Hierbei ist zu beachten, dass auf **Gebrauchslastniveau** die **Betondruckspannung näherungsweise linear verteilt** angenommen werden kann.

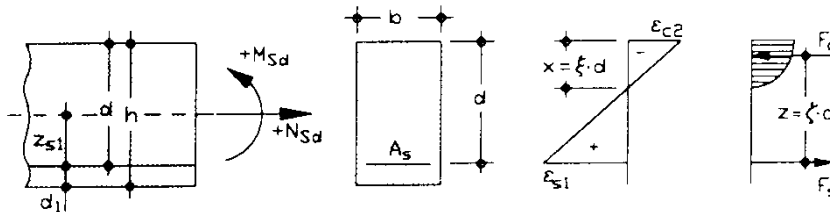


Bild: gerissener Querschnitt

$$\text{Moment bezogen auf den Schwerpunkt des Stahls: } M_{Eds} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot z_s \quad (4.1.1)$$

$$\text{Stahlzugkraft: } F_{Sd} = \frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} \quad (4.1.2)$$

$$\text{Hebelarm der inneren Kräfte näherungsweise: } z = 0,9 \cdot d \quad (4.1.3)$$

$$\text{Stahlspannung bei Stahlfließen: } \sigma_s = \frac{F_{Sd}}{A_{s1}} \quad (4.1.4)$$

Querschnitte voll unter Zug:

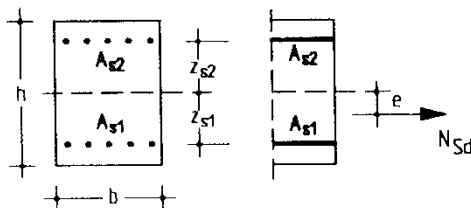


Bild: Querschnitt voll unter Zug

$$\text{Exzentrizität: } e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \quad e \leq z_{s1} \quad \text{Hebelarme: } z_{s1} = \frac{h}{2} - d_1 \quad z_{s2} = \frac{h}{2} - d_2$$

Die Stahlzugkräfte ergeben sich aus der Bedingung $\sum M = 0$ um die Stahllagen (Hebelgesetz):

$$F_{s1} = N_{Ed} \cdot \frac{z_{s2} + e}{z_{s1} + z_{s2}} \quad F_{s2} = N_{Ed} \cdot \frac{z_{s1} - e}{z_{s1} + z_{s2}} \quad (4.1.5)$$

4.2 Risschnittgrößen N_{cr} und M_{cr}

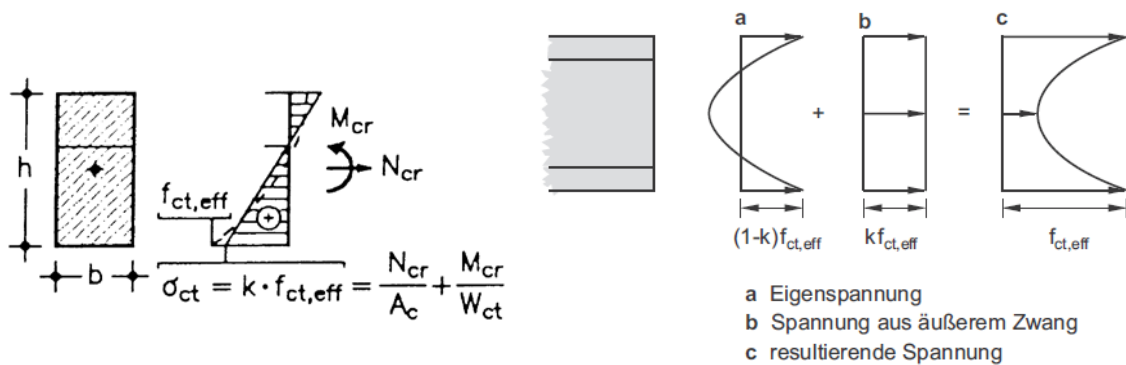


Bild: Spannungsverteilung im Zustand I

Einfluss der Eigenspannungen auf $f_{ct,eff}$

Die Spannungsverteilung kurz vor der Rissbildung (Zustand I) ergibt sich aus der bekannten

Spannungstheorie:

$$\sigma_{ct} = \frac{N_{cr}}{A_c} + \frac{M_{cr}}{W_{ct}} = k \cdot f_{ct,eff} \quad (4.2.1)$$

k Beiwert zur Berücksichtigung von nichtlinear verteilten Betonzugspannungen und weiteren risskraftreduzierenden Einflüssen.

Im Normalfall ist $N_{cr} = N_{Ed}$. Für $e = \frac{M_{cr}}{N_{cr}} = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = const.$ eingesetzt in 4.2.1 ergibt sich:

Rissnormalkraft: $N_{cr} = \frac{k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c}{1 + \frac{e \cdot A_c}{W_{ct}}}$ Rissmoment: $M_{cr} = \frac{k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c}{\frac{1}{e} + \frac{A_c}{W_{ct}}} \quad (4.2.2)$

Sonderfall reine Biegung: $M_{cr} = k \cdot f_{ct,eff} \cdot W_{ct} \quad (4.2.3)$

Sonderfall zentrischer Zug: $N_{cr} = k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c \quad (4.2.4)$

Nichtlinear verteilte Betonzugspannungen im Querschnitt können aus verschiedenen Gründen entstehen:

- Abfließen der Hydratationswärme beim Abbinden des Betons
- Schwinden
- Schnelle Temperaturänderungen

Als Folge hiervon vermindern sich die Risschnittgrößen, bei innerem Zwang hängt die Verminderung von der Bauteilhöhe ab. Dieser Effekt wurde im EC 2 mit dem Faktor k folgendermaßen berücksichtigt:

Zugspannungen aus innerem Zwang:

$$h \leq 30cm$$

$$k = 0,80$$

$$h \geq 80cm$$

$$k = 0,52$$

Zwischenwerte interpolieren:

$$k = 0,8 - \frac{h - 30}{50} \cdot 0,28$$

Zugspannungen aus äußerem Zwang:

$$k = 1,0$$

Für h ist der kleinere Wert von Höhe und Breite des (Teil)Querschnitts einzusetzen.

5. Mindestbewehrung

Zur Aufnahme von Zwangseinwirkungen und Eigenspannungen ist eine Mindestbewehrung anzuordnen, die **unter Berücksichtigung der Anforderungen an die Rissbreitenbegrenzung** für die Schnittgrößenkombination zu bemessen ist, die im Bauteil zur **Erstrissbildung** führt.

Der erforderliche Querschnitt der Mindestbewehrung darf für kleinere Schnittgrößen wie die Risschnittgröße berechnet werden, wenn die Risschnittgröße garantiert nicht erreicht wird.

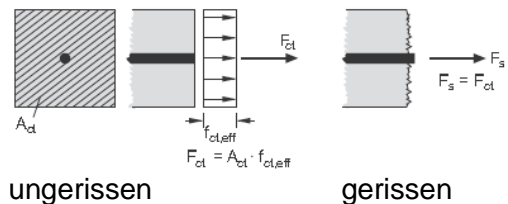
Die Anforderungen an die Rissbreitenbegrenzung werden eingehalten, wenn die **Stahlspannung in Abhängigkeit des gewählten Stabdurchmessers/Stababstandes begrenzt** wird (vgl. Herleitung).

Die Mindestbewehrung darf aus dem Gleichgewicht der Betonzugkraft unmittelbar vor der Rissbildung (Zustand I) und der Zugkraft in der Bewehrung der Zugzone unter Berücksichtigung der zulässigen Stahlspannung (maximal f_{yk}) berechnet werden.

Aus diesen Bedingungen ergibt sich die erforderliche Mindestbewehrung z.B. bei

Zentrischer Belastung:

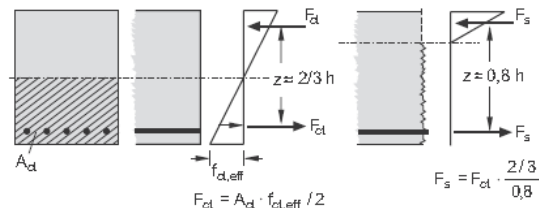
$$A_{s,min} = \frac{A_{ct} \cdot f_{ct,eff} \cdot k}{\sigma_s}$$



Reiner Biegung:

$$A_{s,min} = \frac{M_{cr}}{z \cdot \sigma_s} = \frac{\sigma_{ct} \cdot W_{ct}}{0,8 \cdot h \cdot \sigma_s} = \frac{\sigma_{ct} \cdot b \cdot h^2}{0,8 \cdot h \cdot \sigma_s \cdot 6} \cong \frac{\sigma_{ct} \cdot A_c}{5 \cdot \sigma_s}$$

$$A_{s,min} = 0,4 \cdot \frac{A_{ct} \cdot f_{ct,eff} \cdot k}{\sigma_s}$$



A_{ct} **Fläche der Betonzugzone**

Das ist der Teil des Querschnitts, der unter der zur Erstrissbildung am Gesamtquerschnitt führenden Einwirkungskombination **im Zustand I rechnerisch unter Zug** steht.

σ_s Zulässige Stahlspannung zur Begrenzung der Rissbreite (maximal f_{yk})

k Beiwert zur Berücksichtigung von nichtlinear verteilten Betonzugspannungen und weiteren risskraftreduzierenden Einflüssen (vgl. oben).

Die Mindestbewehrung ist überwiegend am gezogenen Querschnittsrand anzuordnen, mit einem angemessenen Anteil aber auch so über die Zugzone zu verteilen, dass die Bildung breiter Sammelrisse vermieden wird.

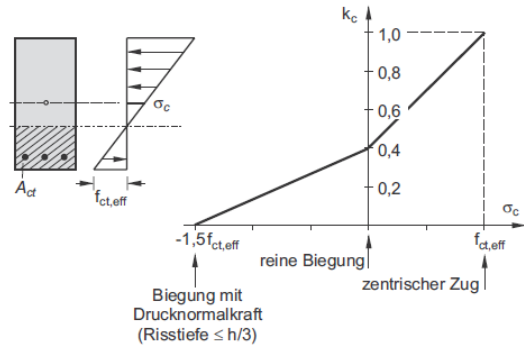
Werden langsam erhärtende Betone mit $r = f_{cm2}/f_{cm28} \leq 0,3$ verwendet (i. d. R. bei dickeren Bauteilen), dann darf die Mindestbewehrung mit dem Faktor 0,85 verringert werden. Die Rahmenbedingungen der Anwendungsvoraussetzungen für die Bewehrungsverringerung sind dann in den Ausführungsunterlagen festzulegen.

Wie man erkennen kann, schwankt der Faktor vor dem Aufreißen zw. 0,4 und 1,0, je nachdem, ob zentrische Belastung oder Biegung vorliegt. Im EC 2 heißt dieser Faktor k_c und soll die folgenden Einflüsse abdecken:

- Einfluss der Spannungsverteilung in der Zugzone vor Erstrissbildung
- Änderung des inneren Hebelarms bei Rissbildung

Rechteck, Stege von Hohlkästen und T-Querschnitten:

$$k_c = 0,4 \cdot \left[1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \cdot (h/h^*) \cdot f_{ct,eff}} \right] \leq 1,0 \quad (5.1)$$



Gurte von Hohlkästen und T-Querschnitten:

$$k_c = 0,9 \cdot \left[\frac{F_{cr}}{A_{ct} \cdot f_{ct,eff}} \right] \geq 0,5 \quad (5.2)$$

$$k_c = 1,0 \quad \text{für reinen Zug} \quad (5.3) \quad k_c \text{ für Gleichung (5.1) und } h < 1 \text{ m}$$

σ_c Betonspannung in der Schwerlinie des Querschnitts im Zustand I (Druck > 0)

h^* $h^* = h$ für $h < 1 \text{ m}$ $h^* = 1 \text{ m}$ für $h \geq 1 \text{ m}$

$k_1 = 1,5$ für eine Drucknormalkraft

$k_1 = 2/3 \cdot h^*/h$ für eine Zugnormalkraft

F_{cr} der Absolutwert der Zugkraft im Gurt unmittelbar vor Rissbildung infolge des mit $f_{ct,eff}$ berechneten Rissmoments.

Damit ergibt sich die erforderliche Mindestbewehrung zu:

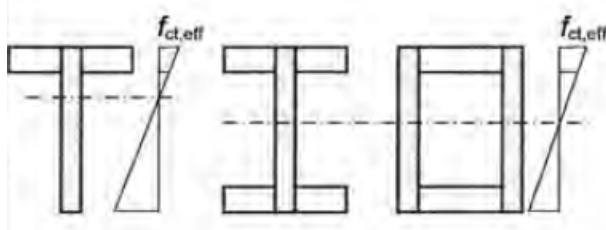
$$A_{s,min} = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s} \quad (5.3)$$

Bei **dickeren Bauteilen** kann die **Mindestbewehrung unter zentrischem Zwang** für die Begrenzung der Rissbreiten je Bauteilseite unter Berücksichtigung einer effektiven Randzone $A_{c,eff}$ je Bauteilseite im Vergleich zu (5.3) evtl. wie folgt reduziert werden:

$$A_{s,min} = \frac{f_{ct,eff} \cdot A_{c,eff}}{\sigma_s} \geq \frac{k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{f_{yk}} \quad (5.4) \quad (\text{NA 7.5.1}) \quad \text{mit } A_{ct} = 0,5 \cdot b \cdot h$$

Der Grenzdurchmesser der Bewehrungsstäbe zur Bestimmung der Betonstahlspannung in Gleichung (NA 7.5.1) muss in Abhängigkeit von der wirksamen Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff}$ folgendermaßen modifiziert werden: $\varnothing = \varnothing^* \cdot f_{ct,eff} / 2,9 \text{ N/mm}^2$

Bei gegliederten Querschnitten wie Hohlkästen oder Plattenbalken ist in der Regel die Mindestbewehrung für jeden Teilquerschnitt (Gurte und Stege) einzeln nachzuweisen.



6. Rissbreitennachweis nach EC 2

6.1 Ohne direkte Berechnung der Rissbreite w

Wenn die Mindestbewehrung eingehalten wird, ist eine Überschreitung der Rissbreiten unwahrscheinlich, wenn die folgenden Regeln eingehalten werden. Die zulässigen Rissbreiten werden eingehalten, wenn die Durchmesser (Tabelle 7.2DE) oder die Abstände (Tabelle 7.3N) der Bewehrungsstäbe in Abhängigkeit von der Stahlspannung begrenzt werden.

Für den Nachweis der Rissbreitenbegrenzung wird unterschieden:

- a) überwiegende Belastung infolge indirekter Einwirkung (Zwang):
Die Grenzdurchmesser nach Tabelle 7.2DE sind einzuhalten.
- b) überwiegende Belastung infolge direkter Einwirkung (Lasten):
Die Grenzdurchmesser nach Tabelle 7.2DE sind einzuhalten **oder**
Die Stababstände nach Tabelle 7.3N sind einzuhalten

Tabelle 7.2DE – Grenzdurchmesser bei Betonstäben ϕ_s^* [mm]

Stahlspannung σ_s^b N/mm ²	Grenzdurchmesser der Stäbe [mm] ^{a)}			5 $w_k = 0,1$ mm
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm	
160	54	41	27	14
180	43	32	21	11
200	35	26	17	9
220	29	22	14	7
240	24	18	12	6
260	21	15	10	5
280	18	13	9	4
300	15	12	8	
320	14	10	7	
340	12	9	6	
360	11	8	5	
400	9	7	4	
450	7	5	3	

^{a)} Die Werte der Tabelle 7.2DE basieren auf den folgenden Annahmen: Grenzwerte der Gleichungen (7.9) und (7.11) mit $f_{ct,eff} = 2,9$ N/mm² und $E_s = 200.000$ N/mm²:
 $\sigma_s = \sqrt{w_k \cdot 3,48 \cdot 10^6 / \phi_s^*}$

^{b)} unter der maßgebenden Einwirkungskombination

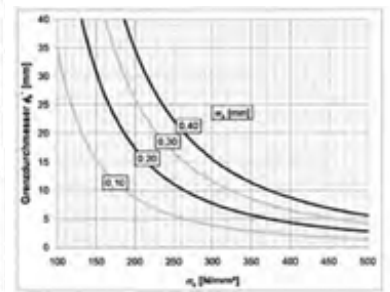
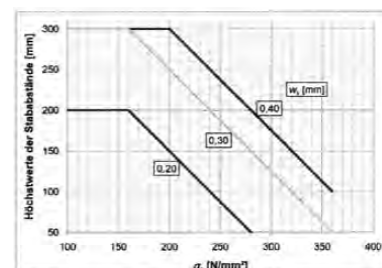


Tabelle 7.3N — Höchstwerte der Stababstände zur Begrenzung der Rissbreiten¹

Stahlspannung ² [N/mm ²]	Höchstwerte der Stababstände [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	—
360	100	50	—



Die in den Tabellen 7.2DE und 7.3N angegebenen Stahlspannungen sind im Zustand II für die maßgebende Einwirkungskombination zu bestimmen.

Die hier gezeigten Tabellen wurden für den ungünstigsten Fall der Erstrissbildung mit einer Betonzugfestigkeit von $f_{ct0} = 2,9 \text{ MN/m}^2$ und ohne Anrechnung von Längsbewehrung erstellt. Daher **muss** der abgelesene Grenzdurchmesser d_s^* in Abhängigkeit von $f_{ct,eff}$ modifiziert werden. Um das abgeschlossene Rissbild einzuarbeiten **darf** der Grenzdurchmesser d_s^* in Abhängigkeit von der Stahlkraft und den Bauteilabmessungen angepasst werden.

Lastbeanspruchung:

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad (6.1.1)$$

Mindestbewehrung + Zwang Biegung:

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr} \cdot f_{ct,eff}}{4 \cdot (h-d) \cdot f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad (6.1.2)$$

Mindestbewehrung + Zwang zentrisch:

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr} \cdot f_{ct,eff}}{8 \cdot (h-d) \cdot f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad (6.1.3)$$

d_s	modifizierter Grenzdurchmesser
d_s^*	Grenzdurchmesser nach Tabelle 7.2DE
A_s	Querschnittsfläche der Betonstahlbewehrung
σ_s	Betonstahlspannung im Zustand II
b	Breite der Zugzone
h_{cr}	die Höhe der Zugzone unmittelbar vor Rissbildung unter Berücksichtigung der Normalkräfte unter quasi-ständiger Einwirkungskombination
$f_{ct,0} = 2,9 \text{ MN/m}^2$	Betonzugfestigkeit, mit der die Tabellenwerte berechnet wurden.

Steht der Querschnitt vollständig unter Zug, dann ist (h-d) der Mindestabstand zwischen dem Schwerpunkt der Bewehrungslage und der Betonoberfläche (bei unsymmetrischer Stablage Mindestabstand zu allen Seiten berücksichtigen).

Bei Verwendung von Stäben mit unterschiedlichem Durchmesser darf ein mittlerer Stabdurchmesser angesetzt werden:

$$d_{sm} = \frac{\sum n_i \cdot d_{s,i}^2}{\sum n_i \cdot d_{s,i}}$$

Bei Stabbündeln ist mit dem Vergleichsdurchmesser $d_{sv} = d_s \cdot \sqrt{n}$ zu rechnen.

Bei Betonstahlmatten mit Doppelstäben darf der Durchmesser des Einzelstabes angesetzt werden.

Achtung: Wenn eine genauere Rechnung zeigt, dass eine geringere Bewehrung ausreicht, dann muss die ermittelte Mindestbewehrung nicht eingelegt werden. Das trifft v.a. für Bodenplatten beim Abfließen der Hydratationswärme zu, wo die volle Zwangskraft auf Grund zu geringer Bodenreibung nicht aufgebaut werden kann.

6.2 Mit Berechnung der Rissbreite w

Die Rissbreite w darf auch durch direkte Berechnung nachgewiesen werden. Der Rechenwert der Rissbreite ergibt sich zu: $w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ (6.2.1)

Bei geringem Abstand der im Verbund liegenden Stäbe untereinander in der Zugzone $s \leq 5(c + \phi/2)$ darf der maximale Rissabstand $s_{r,max}$ bei abgeschlossenem Rissbild (bei Matten \leq doppelte Maschenweite) folgendermaßen berechnet werden (vgl. Herleitung):

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \leq \frac{\sigma_s \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \quad (6.2.2)(7.11)$$

Die Obergrenze des maximalen Rissabstandes stammt hierbei von der Erstrissbildung (vereinfacht!), der Standardtherm vom abgeschlossenen Rissbild.

Wenn der Abstand s der im Verbund liegenden Stäbe $5(c + \phi/2)$ übersteigt (siehe Bild unten) oder wenn in der Zugzone keine im Verbund liegende Bewehrung vorhanden ist, dann darf ein oberer Grenzwert für die Rissbreite unter Annahme eines maximalen Rissabstandes ermittelt werden: $s_{r,max} = 1,3 \cdot (h - x)$ (6.2.3)(7.14)

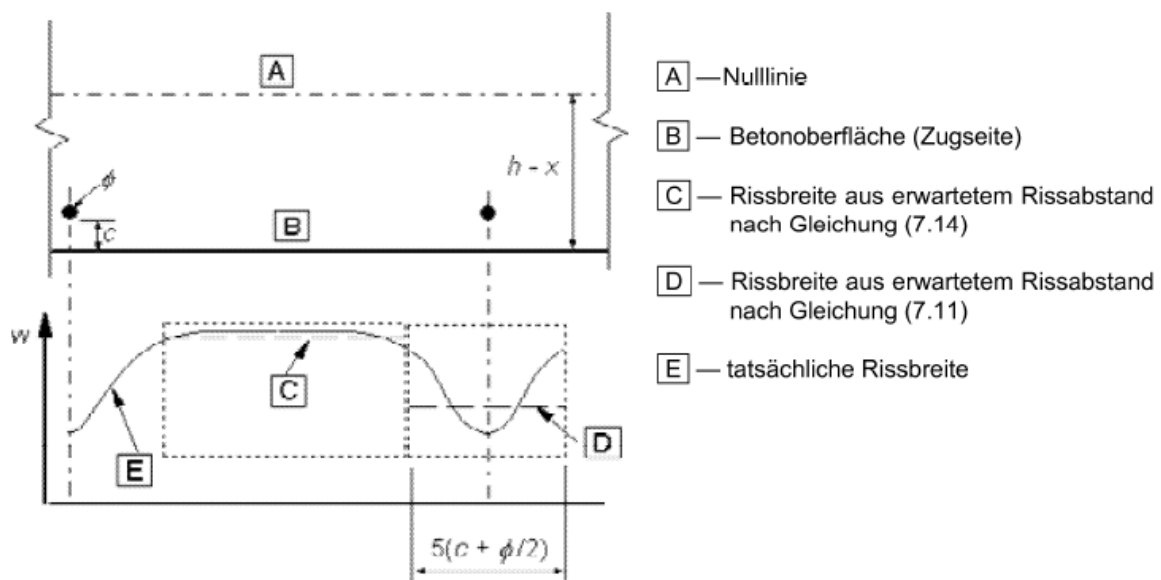


Bild: Rissbreite w an der Betonoberfläche in Bezug auf den Stababstand

Dehnungsdifferenz: $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s \cdot \rho_{eff}} (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff}) \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$ (6.2.4)

- k_t Faktor zur Berücksichtigung der Lasteinwirkungsdauer
 $K_t = 0,4$ lang $k_t = 0,6$ kurz (nur selten, vgl. oben)
- σ_s Betonstahlspannung im Riss
- $\rho_{eff} = A_s / A_{c,eff}$ effektiver Bewehrungsgrad **der Zugzone**
- $\alpha_e = E_s / E_{cm}$ Verhältnis der Elastizitätsmoduln

Wie man sieht, wird durch die Untergrenze $0,6 \cdot \sigma_s / E_s$ die Erstrissbildung abgedeckt, beim abgeschlossenen Rissbild wird von der Stahldehnung im Riss σ_s / E_s ein Anteil für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen abgezogen, die Zugdehnung des Betons wird durch den Faktor $\alpha_e \cdot \rho_{eff}$ berücksichtigt.

Bei **indirektem Zwang** (z.B. Abfließen der Hydratationswärme) darf die Dehnungsdifferenz unter Ansatz von $\sigma_s = \sigma_{sr}$ ermittelt werden. Dabei ist σ_{sr} die **Spannung in der Zugbewehrung im Zustand II** für eine Einwirkungskombination, die zur Erstrissbildung führt.

Wenn die Rissbreiten für Beanspruchungen berechnet werden, bei denen die Zugspannungen aus einer Kombination von Zwang und Lastbeanspruchung herrühren, dürfen die Gleichungen dieses Abschnitts verwendet werden. Jedoch sollte die Dehnung infolge Lastbeanspruchung, die auf Grundlage eines gerissenen Querschnitts berechnet wurde, um den Wert infolge Zwang erhöht werden.

Wenn die Achsen der Hauptzugspannung in orthogonal bewehrten Bauteilen einen Winkel von mehr als 15° zur Richtung der zugeordneten Bewehrung bilden, dann darf der Rissabstand wie folgt berechnet werden:

$$s_{r,max} = \frac{1}{\frac{\cos \Theta}{s_{r,max,x}} + \frac{\sin \Theta}{s_{r,max,y}}} \quad (6.2.4)$$

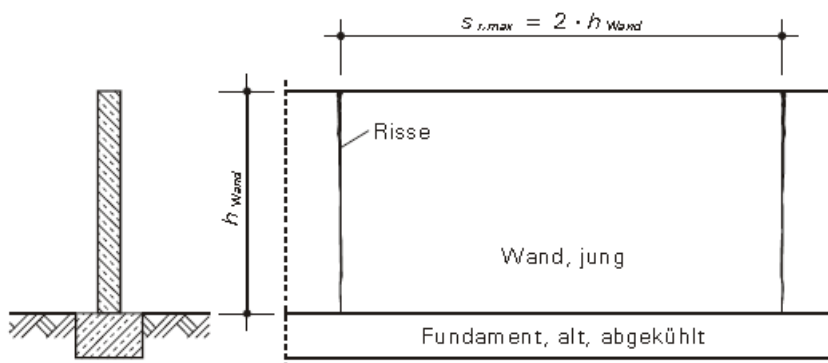
Θ Winkel zw. der Bewehrung in x-Richtung und der Richtung der Hauptzugspannung

$s_{r,max,x}$ $s_{r,max,y}$ jeweiliger maximaler Rissabstand in x/y-Richtung nach 6.2.2/3

Wenn die resultierende **Dehnung aus Zwang im gerissenen Zustand 0,8 ‰ nicht übersteigt**, ist es im Allgemeinen ausreichend, die Rissbreite für den Größtwert der Stahlspannung aus Last **oder** Zwang zu ermitteln.

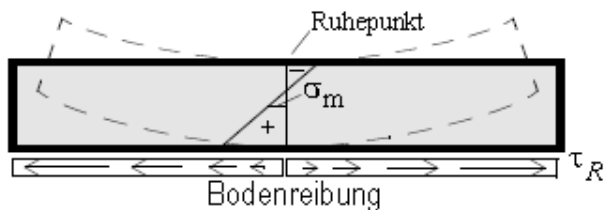
Wenn keine oder keine ausreichende im Verbund liegende Bewehrung vorhanden ist, sollte ein oberer Grenzwert der Rissbreite festgelegt werden. Dann darf der maximale Rissabstand gleich der doppelten Risstiefe gesetzt werden.

Ein Beispiel hierfür sind Wände, die auf früher betonierten Fundamente aufgesetzt werden: Hier entsteht eine Behinderung der Verformung infolge Abfließen der Hydratationswärme wegen der Fundamentanschlussbewehrung. In diesem Fall darf $s_{r,max}$ gleich der doppelten Wandhöhe gesetzt werden.

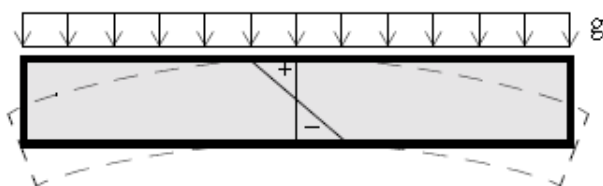


7. Bodenplatten

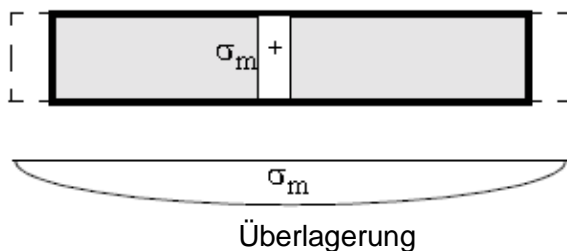
Traditionell wird für die Bemessung einer Bodenplatte ein **Reibungsmodell** angenommen (vgl. Bild). Durch die Behinderung der Verkürzung der Bodenplatte (z.B. durch Abkühlung nach Hydratation oder Schwinden) entstehen Zugkräfte, die unter Berücksichtigung des Eigengewichts zentrisch angenommen werden können.



Zwang durch Abfließen der Hydratationswärme



Eigengewicht, aktiviert durch die Abhebewirkung



Modell

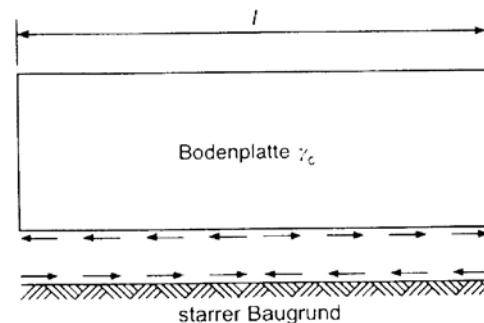


Bild: Reibungsmodell für zentrischen Zwang in der Bodenplatte

Zentrische Zwangskraft in der Bodenplatte:
$$F_{zw} = \mu \cdot \frac{l}{2} \cdot b \cdot h \cdot \rho_c \quad (7.1)$$

$\mu = \mu_0 \cdot \gamma_R$ Reibungskoeffizient zwischen Bodenplatte und Boden ($\gamma_R=1,35$)

Beispiele: sandiger Baugrund ohne Gleitschicht: $\mu_0 = 0,9 - 1,1$
 sandiger Baugrund mit 1 Lage PE-Folie: $\mu_0 = 0,5 - 0,7$
 Sauberkeitsschicht flügelgeglättet mit PTFE-beschichteter Folie: $\mu_0 = 0,2 - 0,5$
 Sauberkeitsschicht flügelgeglättet + Bitumenschweißbahn: $\mu_0 = 0,2 - 0,45$

ρ_c Spezifisches Gewicht der Bodenplatte

l, b, h Länge, Breite, Höhe der Bodenplatte

Wie man sieht, hängt die Zwangskraft im Wesentlichen nur vom Reibungskoeffizienten und der Länge der Bodenplatte ab. Deshalb können im Normalfall nur 2 Maßnahmen getroffen werden, um die Zwangskraft zu vermindern:

- Anordnung von Unterboden und/oder Gleitfolien zwischen Bodenplatte und Boden.
- Ausbildung von Fugen.

Mit der heutigen Rechentechnik (FE-Methode) kann ein realistischeres Modell nachgerechnet werden: Es wird eine Kopplung von Bodenplatte und Baugrund angenommen. Die Zwangskraft in der Bodenplatte verteilt sich je nach Steifigkeitsverhältnis mehr oder weniger auf den Baugrund, wodurch der Baugrund horizontal komprimiert wird (siehe Bild). Die Zwangskraft in der Bodenplatte kann sich so teilweise abbauen, was in bestimmten Fällen zu einer wirtschaftlicheren Bemessung führt.

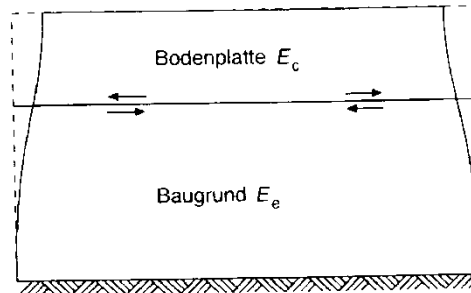


Bild: Rechenmodell mit Berücksichtigung der Baugrundsteifigkeit

Als Näherungslösung für die Zwangskraft in diesem Modell kann folgende Größe angenommen werden:

$$F_{zw} = \frac{C_u \cdot b \cdot (\varepsilon_{c0} - \varepsilon_{u0}) - C_e \cdot \varepsilon_{c0}}{1 + \frac{C_u}{C_c} + \frac{C_e}{C_c \cdot b}} \quad (7.2)$$

$$\varepsilon_{c0} = \alpha_t \cdot t_s$$

Unbehinderte Verformung der Bodenplatte durch den Temperaturabfall der abfließenden Wärme.

$$\varepsilon_{u0}$$

Unbehinderte Verformung des Unterbetons (Schwinden).

$$C_c = h_c \cdot E_c$$

Steifigkeit der Bodenplatte

$$C_u = h_u \cdot E_u$$

Steifigkeit des Unterbetons

$$C_e = \left(0,5 \cdot h_e \cdot b + \frac{\pi}{6} \cdot h_e^2\right) \cdot E_e$$

Steifigkeit des Baugrunds

$$h_e = l/3$$

Einflusstiefe des Baugrunds

Im folgenden Bild sind die Gleichungen 7.1 und 7.2 gegenübergestellt (Vertikalachse: $F_{zw,FE}/F_{zw,Reibung}$): Man kann erkennen, dass erst ab einer Plattendicke von ca. 1,5 m das FE-Modell eine kleinere Zwangskraft in der Bodenplatte liefert.

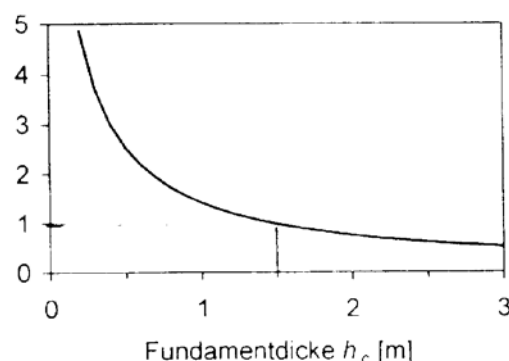


Bild: Gegenüberstellung der Zwangskräfte der beiden Rechenmodelle

Für die Bemessung der Bodenplatte kann immer die kleinere Kraft angesetzt werden, da bei Aktivierung der Kraft entweder eine relative Verschiebung zwischen Baugrund und Bodenplatte möglich ist (Reibungsmodell) oder die Verformung des Baugrunds so groß wird, dass keine größere Kraft zu erwarten ist (FE-Modell).

8. Literatur

- Eurocode 2
- Lohmeyer/Ebeling Weiße Wannen, einfach und sicher
- DAfStb Hefte 466, 489