

## Beispiel

In der folgenden Abbildung ist ein torsionsbeanspruchter Kragarm dargestellt.

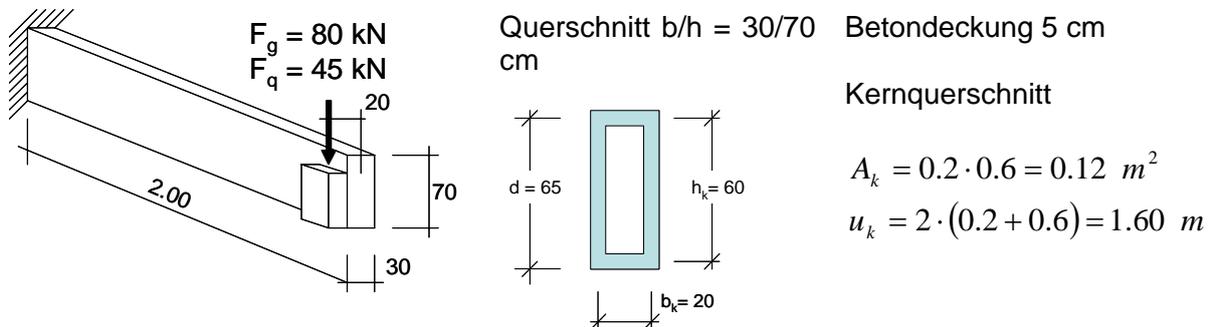


Abbildung: Torsionsbeanspruchter Kragarm

**Baustoffe:** Beton C 20/25 Baustahl BSt 500SA

$$f_{cd} = \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20}{1.5} = 11.33 \text{ MN/m}^2 \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 435 \text{ MN/m}^2$$

**Biegebemessung:**

$$\begin{array}{rcl} M_{Ed} = 1.35 \cdot 80 \cdot 2.00 & = & 216 \text{ kNm} \\ & & 1.5 \cdot 45 \cdot 2.00 = 135 \text{ kNm} \\ \hline & & 351 \text{ kNm} \end{array} \quad k_d = \frac{65}{\sqrt{351/0.30}} = 1.9 \Rightarrow k_s = 2.70$$

$$A_s = \frac{351}{65} \cdot 2.70 = \underline{\underline{14.6 \text{ cm}^2}}$$

Hebelarm der inneren Kräfte  $z = \zeta \cdot d = 0.85 \cdot 65 = 55 \text{ cm}$

### Vereinfachtes Verfahren für Querkraft und Torsion nach DIN 1045-1

Nachweis der Druckstrebe für Querkraft

$$\begin{array}{rcl} V_{Ed} = 1.35 \cdot 80 & = & 108.0 \text{ kN} \\ & & 1.5 \cdot 45 = 67.5 \text{ kN} \\ \hline & & 175.5 \text{ kN} \end{array}$$

$\cot \theta = 1.2$  Annahme gemäß DIN 1045-1, 10.3.4,(5)

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{0.3 \cdot 0.55 \cdot 0.75 \cdot 11.33}{1.2 + 0.83} = 0.691 \text{ MN}$$

$$V_{Ed} = 175.5 \text{ kN} < V_{Rd,max} = 691 \text{ kN}$$

Nachweis der Druckstrebe für Torsion:

$$\begin{aligned} T_{Ed} &= 1.35 \cdot 80 \cdot 0.2 = 21.6 \text{ kNm} \\ &1.5 \cdot 45 \cdot 0.2 = 13.5 \text{ kNm} \\ \hline &35.1 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{Rd,max} &= \frac{\alpha_{c,red} \cdot f_{cd} \cdot 2 \cdot A_k \cdot t_{eff}}{\cot \theta + \tan \theta} \\ \alpha_{c,red} &= 0.7 \cdot \alpha_c = 0.7 \cdot 0.75 = 0.525 \\ T_{Rd,max} &= \frac{0.525 \cdot 11.33 \cdot 2 \cdot 0.12 \cdot 0.1}{1.0 + 1.0} = 0.071 \text{ MNm} \\ T_{Ed} &= \underline{\underline{35.1 \text{ kNm}}} < T_{Rd,max} = \underline{\underline{71 \text{ kNm}}} \end{aligned}$$

Nachweis der Druckstrebe für Querkraft + Torsion:

$$\begin{aligned} \left( \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \right)^2 + \left( \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} \right)^2 &\leq 1.0 \\ \left( \frac{175.5}{691} \right)^2 + \left( \frac{35.1}{71} \right)^2 &= 0.065 + 0.24 = \underline{\underline{0.31 < 1.0}} \end{aligned}$$

Der Querschnitt ist erst zur Hälfte ausgenutzt. Bis zum Erreichen der maximalen Traglast ist noch eine deutliche Laststeigerung möglich.

Nachweis der Bewehrung für Querkraft:

$$\begin{aligned} a_{sw} &= \frac{V_{Ed}}{z \cdot \cot \theta \cdot f_{yd}} \\ &= \frac{0.1755}{0.55 \cdot 1.2 \cdot 435} \cdot 10^4 = 6.11 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Nachweis der Bewehrung für Torsion:

$$\begin{aligned} a_{sw} &= \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot \cot \theta \cdot f_{yd}} & A_{sl} &= \frac{T_{Ed} \cdot u_k}{2 \cdot A_k \cdot \tan \theta \cdot f_{yd}} \\ &= \frac{0.0351}{2 \cdot 0.12 \cdot 1.0 \cdot 435} \cdot 10^4 = 3.36 \text{ cm}^2 / \text{m} & &= \frac{0.0351 \cdot 1.60}{2 \cdot 0.12 \cdot 1.0 \cdot 435} \cdot 10^4 = \underline{\underline{5.38 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

Nachweis der Bewehrung für Querkraft + Torsion:

$$\begin{aligned} a_{s,w} &= \frac{6.11}{2} + 3.36 \\ &= \underline{\underline{6.42 \text{ cm}^2 / \text{m}}} \quad (\text{einschnittig}) \end{aligned}$$

gew.: Bügel  $\varnothing 12$ ,  $s_w = 17.5 \text{ cm}$  Längsbew. 6  $\varnothing 10$  + Zulage zur Biegezugbew.

### Genauerer Verfahren für Querkraft und Torsion nach DIN 1045-1

Alternativ kann der Nachweis auch für eine „genauere“ Ermittlung des Druckstrebenwinkels geführt werden.

$$\text{Neigung der Druckstrebe: } \cot \theta = \frac{1.2}{1 - \frac{V_{Rd,c}}{V_{Ed,T+V}}}$$

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} &= \beta_{ct} \cdot 0.10 \cdot \eta_1 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot t_{eff} \cdot z \\ &= 2.4 \cdot 0.10 \cdot 1.0 \cdot 20^{1/3} \cdot 0.10 \cdot 0.55 = 0.036 \text{ MN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{Ed,T} &= \frac{T_{Ed} \cdot z}{2 \cdot A_k} && \text{Torsionsschubkraft in einer Wandfläche} \\ &= \frac{0.0351 \cdot 0.60}{2 \cdot 0.12} = 0.088 \text{ MN} \end{aligned}$$

$$V_{Ed,V} = 0.175 \cdot \frac{0.10}{0.30} = 0.0583 \text{ MN} \quad \text{Querkraftanteil in einer Wandfläche}$$

$$V_{Ed,T+V} = 0.088 + 0.0583 = 0.146 \text{ MN}$$

$$\cot \theta = \frac{1.2}{1 - \frac{0.036}{0.146}} = 1.59 \quad \text{Druckstrebenneigung } \theta = 31.65^\circ$$

Nachweis der Druckstrebe für Querkraft:

$$\begin{aligned} V_{Rd,max} &= \frac{b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \\ &= \frac{0.3 \cdot 0.55 \cdot 0.75 \cdot 11.33}{1.59 + 1/1.59} = 0.632 \text{ MN} \end{aligned}$$

$$V_{Ed} = 175.5 \text{ kN} < V_{Rd,max} = 632 \text{ kN}$$

Nachweis der Druckstrebe für Torsion:

$$\begin{aligned} T_{Rd,max} &= \frac{\alpha_{c,red} \cdot f_{cd} \cdot 2 \cdot A_k \cdot t_{eff}}{\cot \theta + \tan \theta} \\ \alpha_{c,red} &= 0.7 \cdot \alpha_c = 0.7 \cdot 0.75 = 0.525 \\ T_{Rd,max} &= \frac{0.525 \cdot 11.33 \cdot 2 \cdot 0.12 \cdot 0.1}{1.59 + 1/1.59} = 0.064 \text{ MNm} \end{aligned}$$

$$T_{Ed} = 35.1 \text{ kNm} < T_{Rd,max} = 64 \text{ kNm}$$

Nachweis der Druckstrebe für Querkraft + Torsion

$$\left( \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \right)^2 + \left( \frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} \right)^2 = \left( \frac{175.5}{632} \right)^2 + \left( \frac{35.1}{64} \right)^2 = 0.077 + 0.30 = \underline{\underline{0.38 < 1.0}}$$

Nachweis der Bewehrung für Querkraft:

$$a_{sw} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot \cot \theta \cdot f_{yd}} = \frac{0.1755}{0.55 \cdot 1.59 \cdot 435} \cdot 10^4 = 4.61 \text{ cm}^2 / m$$

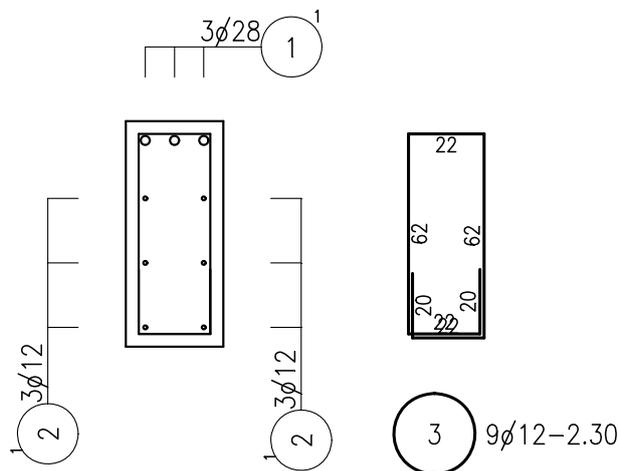
Nachweis der Bewehrung für Torsion:

$$a_{sw} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot \cot \theta \cdot f_{yd}} = \frac{0.0351}{2 \cdot 0.12 \cdot 1.59 \cdot 435} \cdot 10^4 = 2.11 \text{ cm}^2 / m$$

$$A_{sl} = \frac{T_{Ed} \cdot u_k}{2 \cdot A_k \cdot \tan \theta \cdot f_{yd}} = \frac{0.0351 \cdot 1.60}{2 \cdot 0.12 \cdot 1 / 1.59 \cdot 435} \cdot 10^4 = \underline{\underline{8.55 \text{ cm}^2}}$$

Nachweis der Bewehrung für Querkraft + Torsion:

$$a_{s,w} = \frac{4.61}{2} + 2.11 = \underline{\underline{4.42 \text{ cm}^2 / m}} \quad (\text{einschnittig})$$



gew.:	Bügel	Ø 12, s <sub>w</sub> = 25 cm
	Längsbew.	6 Ø 12 + Zulage zur Biegezugbew.

Abbildung: Bewehrungsskizze