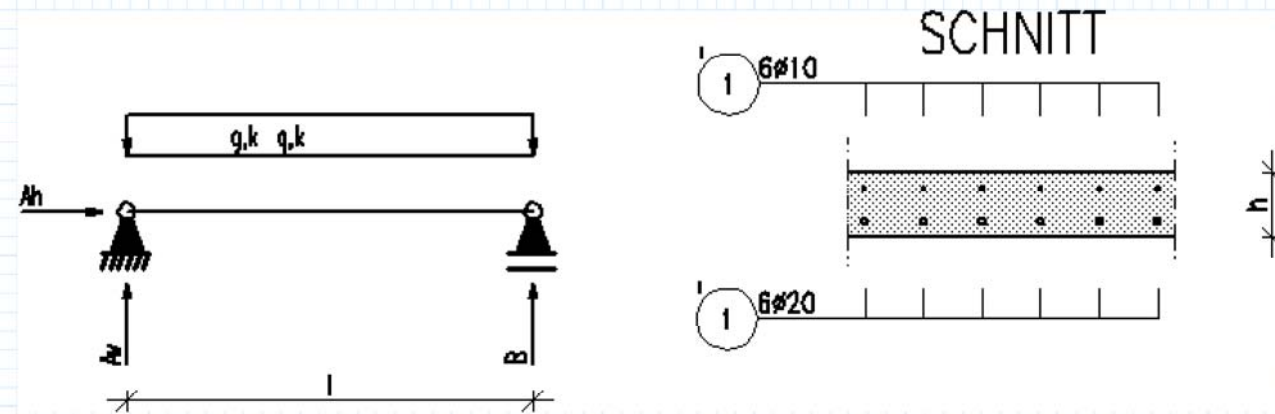


Durchmesser: $A_{s6} := 0.283 \cdot \text{cm}^2$ $A_{s8} := 0.503 \cdot \text{cm}^2$ $A_{s10} := 0.785 \cdot \text{cm}^2$ $A_{s12} := 1.131 \cdot \text{cm}^2$ $A_{s14} := 1.54 \cdot \text{cm}^2$
 $A_{s16} := 2.01 \cdot \text{cm}^2$ $A_{s20} := 3.14 \cdot \text{cm}^2$ $A_{s25} := 4.91 \cdot \text{cm}^2$ $A_{s28} := 6.16 \cdot \text{cm}^2$

Baustoffe: C20/25 BSt 500 SA $f_{ck} := 20 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ $\alpha := 0.85$ $f_{yk} := 500 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ $f_{ctm} := 2.2 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$

$E_s := 200000 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ $E_{cm} := 30000 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ $\alpha_e := \frac{E_s}{E_{cm}} = 6.667$ $\gamma_b := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$ $\gamma_s := 1.15$ $\gamma_c := 1.5$



Einfeldplatte: $l := 8.00 \cdot \text{m}$ **Querschnittsabmessungen:** $h := 0.30 \cdot \text{m}$ $b := 1.00 \cdot \text{m}$

Belastung (Verkaufsraum): $\Delta g_k := 2.0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $q_k := 5.0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $\gamma_g := 1.35$ $\gamma_q := 1.5$ $N_{Ek} := 0 \cdot \text{kN}$

Schwerpunktlage des Stahls vom Rand: $d_1 := 0.05 \cdot \text{m}$ $d_2 := 0.04 \cdot \text{m}$

Statische Höhe: $d := h - d_1 = 0.25 \text{ m}$

Charakteristische Lasten: $g_k := \gamma_b \cdot h \cdot b + \Delta g_k = 9.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $p_k := g_k + q_k = 14.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Bemessungslast: $p_d := g_k \cdot \gamma_g + q_k \cdot \gamma_q = 20.325 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Seltenen Last: $p_{selten} := g_k + q_k = 14.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Häufige Last: $\psi_1 := 0.7$ $p_{häufig} := g_k + \psi_1 \cdot q_k = 13 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Quasi ständige Last: $\psi_2 := 0.6$ $p_{quasi} := g_k + \psi_2 \cdot q_k = 12.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

a) Bemessung: $z := 0.9 \cdot d = 0.225 \text{ m}$ $z_{s1} := 0.5 \cdot h - d_1 = 0.1 \text{ m}$

$N_{Ed} := N_{Ek} \cdot \gamma_g = 0 \text{ kN}$ $M_{Edm} := \frac{p_d \cdot l^2}{8} = 162.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $M_{Eds} := M_{Edm} - N_{Ed} \cdot z_{s1} = 162.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ $f_{cd} := \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = 11.333 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$

$F_{Sd} := \frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} = 722.667 \text{ kN}$ $A_{s1} := \frac{F_{Sd}}{f_{yd}} = 16.621 \text{ cm}^2$

gewählt: $A_{su} := 6 \cdot A_{s20} = 18.84 \text{ cm}^2$ $A_{so} := 6 \cdot A_{s10} = 4.71 \text{ cm}^2$

b) ideelle Querschnittswerte im ungerissenen Zustand I:

Achtung: Gewichtung der Stahlflächen mit dem Faktor n , wenn mit $A_{c,brutto}$ gerechnet wird, für $A_{c,netto}$ mit $(n-1)$.

$$\text{Beton:} \quad A_1 := b \cdot h = 3000 \text{ cm}^2 \quad z_1 := h \cdot 0.5 = 15 \text{ cm}$$

$$\text{As, oben:} \quad A_2 := (\alpha_e - 1) \cdot A_{so} = 26.69 \text{ cm}^2 \quad z_2 := d_2 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{As, unten:} \quad A_3 := (\alpha_e - 1) \cdot A_{su} = 106.76 \text{ cm}^2 \quad z_3 := d = 25 \text{ cm}$$

$$\text{Schwerpunkt von oben:} \quad z_s := \frac{z_1 \cdot A_1 + z_2 \cdot A_2 + z_3 \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = 15.247 \text{ cm}$$

$$A_{cn} := A_1 - A_{so} - A_{su} = 2976.45 \text{ cm}^2 \quad \rho := \frac{A_{so} + A_{su}}{A_{cn}} = 0.007912$$

$$A_i := A_{cn} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho) = 3133.45 \text{ cm}^2 \quad \text{oder} \quad A_i := A_1 + A_2 + A_3 = 3133.45 \text{ cm}^2$$

Querschnittswerte: Die Eigenträgheitsmomente des Stahls sind vernachlässigbar klein.

$$\text{Eigenträgheitsmoment Beton:} \quad I_1 := \frac{b \cdot h^3}{12} = 225000 \text{ cm}^4$$

$$I_i := I_1 + A_1 \cdot (z_s - z_1)^2 + A_2 \cdot (z_s - z_2)^2 + A_3 \cdot (z_s - z_3)^2 = 238714.3 \text{ cm}^4$$

$$z_u := h - z_s = 14.753 \text{ cm} \quad z_o := -z_s = -15.247 \text{ cm}$$

$$z_{s1} := z_u - d_1 = 9.753 \text{ cm} \quad z_{s2} := z_o + d_2 = -11.247 \text{ cm}$$

$$\text{Biegesteifigkeit im Zustand I:} \quad EI_i := E_{cm} \cdot I_i = 71.614 \text{ MN} \cdot \text{m}^2 \quad EI_1 := E_{cm} \cdot I_1 = 67.5 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

c) Risschnittgrößen mit ideellen und normalen Querschnittswerten

$$A_c := A_i = 3133.45 \text{ cm}^2$$

$$W_{ct} := \frac{I_i}{z_u} = 16180.746 \text{ cm}^3$$

$$N_{cri} := N_{Ek} = 0 \text{ kN}$$

$$M_{cri} := \left(f_{ctm} - \frac{N_{cri}}{A_c} \right) \cdot W_{ct} = 35.598 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$A_c := A_I = 3000 \text{ cm}^2$$

$$W_{ct} := \frac{I_I}{h \cdot 0.5} = 15000 \text{ cm}^3$$

$$N_{cr} := N_{Ek} = 0 \text{ kN}$$

$$M_{cr} := \left(f_{ctm} - \frac{N_{cr}}{A_c} \right) \cdot W_{ct} = 33 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Stelle des Rissmomentes im Träger:

$$\text{aufl} := p_{\text{selten}} \cdot l \cdot 0.5 = 58 \text{ kN}$$

$$x_l := 0 \cdot \text{m}$$

$$\text{aufl} \cdot x_l - p_{\text{selten}} \cdot x_l^2 \cdot 0.5 - M_{cri} = 0 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad x_r := \text{Find}(x1) = 0.67 \text{ m}$$

Randspannungen: $\sigma_o := \frac{N_{cri}}{A_i} + \frac{M_{cri}}{I_i} \cdot z_o = -2.274 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$

$$\sigma_u := \frac{N_{cri}}{A_i} + \frac{M_{cri}}{I_i} \cdot z_u = 2.2 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

Randdehnungen: $\varepsilon_o := \frac{\sigma_o}{E_{cm}} = -0.0000758$

$$\varepsilon_u := \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} = 0.0000733$$

Krümmung: $\kappa := \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_o}{h} = 0.0004971 \frac{1}{\text{m}}$

Stahlspannungen unter Risslasten im Zustand I:

$$\sigma_{bso} := \frac{N_{cri}}{A_i} + \frac{M_{cri}}{I_i} \cdot z_{s2} = -1.677 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{bsu} := \frac{N_{cri}}{A_i} + \frac{M_{cri}}{I_i} \cdot z_{s1} = 1.454 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{so} := \sigma_{bso} \cdot \alpha_e = -11.181 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{su} := \sigma_{bsu} \cdot \alpha_e = 9.696 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

Spannungs- und Dehnungssprung nach Aufreißen des Querschnitts

$$M_s := M_{cri} - N_{cri} \cdot z_{s1} = 35.598 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$z := 0.9 \cdot d = 0.225 \text{ m}$$

$$z_{s1} := 0.5 \cdot h - d_1 = 0.1 \text{ m}$$

$$F_s := \frac{M_s}{z} + N_{cri} = 158.212 \text{ kN}$$

$$\sigma_s := \frac{F_s}{A_{su}} = 83.977 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$\varepsilon_s := \frac{\sigma_s}{E_s} = 0.00041988$$

d) Spannungen und Querschnittswerte im Zustand II (linear):

$$z_{s1} := 0.5 \cdot h - d_1 = 0.1 \text{ m}$$

$$N_{Ed} := N_{Ek} = 0 \text{ kN} \quad M_{Ed} := \frac{p_{selten} \cdot l^2}{8} = 116 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{geometrische Bewehrungsgrade:} \quad \rho_{s1} := \frac{A_{su}}{b \cdot d} = 0.007536 \quad \rho_{s2} := \frac{A_{so}}{b \cdot d} = 0.001884$$

$$\text{bezogene Schnittgrößen:} \quad v_{Ed} := \frac{N_{Ed}}{b \cdot d \cdot E_{cm}} = 0$$

$$M_{Eds} := M_{Ed} - N_{Ed} \cdot z_{s1} = 116 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \mu_{Eds} := \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot E_{cm}} = 0.00006187$$

$$a_0 := v_{Ed} \cdot \alpha_e \cdot \rho_{s2} \cdot \frac{d_2}{d} \cdot \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) + \mu_{Eds} \cdot \alpha_e \cdot \left(\rho_{s1} + \rho_{s2} \cdot \frac{d_2}{d}\right) = 0.00000323$$

$$a_1 := v_{Ed} \cdot \alpha_e \cdot \rho_{s2} \cdot \left(1 - \frac{d_2}{d}\right) + \mu_{Eds} \cdot \alpha_e \cdot (\rho_{s1} + \rho_{s2}) = 0.00000389$$

$$a_2 := \frac{v_{Ed}}{2} + \frac{\mu_{Eds}}{2} = 0.00003093 \quad a_3 := \frac{v_{Ed}}{6} = 0$$

$$\xi l := 1$$

Metakriterienübergangswerte

$$a_3 \cdot \xi l^3 - a_2 \cdot \xi l^2 - a_1 \cdot \xi l + a_0 = 0 \quad \xi := \text{Find}(\xi 1) = 0.266507$$

$$x := \xi \cdot d = 6.663 \text{ cm}$$

$$z := d - \frac{x}{3} = 22.779 \text{ cm}$$

$$\sigma_{s1} := \frac{1}{A_{su}} \cdot \left(\frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed}\right) = 270.296 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$\varepsilon_{s1} := \frac{\sigma_{s1}}{E_s} = 0.0013515$$

$$\sigma_{c2} := \frac{-\sigma_{s1}}{\alpha_e} \cdot \frac{\xi}{1 - \xi} = -14.731 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$\varepsilon_{c2} := \frac{\sigma_{c2}}{E_{cm}} = -0.000491$$

$$\text{Krümmung:} \quad \kappa := \frac{|\varepsilon_{c2}|}{x} = 0.00737012 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\kappa := \frac{|\varepsilon_{c2}| + |\varepsilon_{s1}|}{d} = 0.00737012 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\text{Biegesteifigkeit im Zustand II:} \quad EI_{II} := \frac{M_{Ed}}{\kappa} = 15.739 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Kontrolle über Querschnittswerte:

$$\text{Beton: } A_1 := b \cdot x = 666.267 \text{ cm}^2 \qquad z_1 := x \cdot 0.5 = 3.331 \text{ cm}$$

$$\text{As, oben: } A_2 := (\alpha_e - 1) \cdot A_{so} = 26.69 \text{ cm}^2 \qquad z_2 := d_2 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{As, unten: } A_3 := (\alpha_e) \cdot A_{su} = 125.6 \text{ cm}^2 \qquad z_3 := d = 25 \text{ cm}$$

$$\text{Schwerpunkt von oben: } z_s := \frac{z_1 \cdot A_1 + z_2 \cdot A_2 + z_3 \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = 6.678 \text{ cm}$$

$$A_{cn} := A_1 - A_{so} = 661.557 \text{ cm}^2$$

$$\rho := \frac{A_{so} + A_{su}}{A_{cn}} = 0.0355978$$

$$A_i := A_{cn} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho) = 818.557 \text{ cm}^2$$

oder

$$A_i := A_1 + A_2 + A_3 = 818.557 \text{ cm}^2$$

$$\text{Eigenträgheitsmoment Beton: } I_1 := \frac{b \cdot x^3}{12} = 2464.7 \text{ cm}^4$$

$$I_i := I_1 + A_1 \cdot (z_s - z_1)^2 + A_2 \cdot (z_s - z_2)^2 + A_3 \cdot (z_s - z_3)^2 = 52281.8 \text{ cm}^4$$

$$\text{Biegesteifigkeit im Zustand II: } EI_{ii} := E_{cm} \cdot I_i = 15.685 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Kontrolle des Gleichgewichts:

Bemessungsfestigkeiten: $\varepsilon_{c.grenz} := 0.002$ $\varepsilon_{s.grenz} := \frac{f_{yd}}{E_s} = 0.0021739$

gegebene Dehnungen: $\varepsilon_{c2} = -0.000491$ $\varepsilon_{s1} = 0.0013515$

Lage der Nulllinie: $\xi := \frac{\varepsilon_{c2}}{(\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{s1})} = 0.2665$ $x := \xi \cdot d = 6.663 \text{ cm}$

Stahldehnung Druckseite: $\varepsilon_{s2} := \frac{\varepsilon_{c2} \cdot (x - d_2)}{x} = -0.0001962$

Völligkeitsbeiwert α_R : $\alpha_R := 0.5$

Hebelarm der Betondruckkraft: $k_a := \frac{1}{3} = 0.333$ $a := k_a \cdot x = 2.221 \text{ cm}$

Innerer Hebelarm z : $\zeta := 1 - k_a \cdot \xi = 0.911$ $z := \zeta \cdot d = 22.779 \text{ cm}$

Betondruckkraft: $F_c := \alpha_R \cdot b \cdot x \cdot E_{cm} \cdot \varepsilon_{c2} = -490.753 \text{ kN}$

Stahlzugkraft: $F_{s1} := \mathbf{if}(\varepsilon_{s1} > \varepsilon_{s.grenz}, f_{yd} \cdot A_{su}, E_s \cdot \varepsilon_{s1} \cdot A_{su}) = 509.239 \text{ kN}$

Stahldruckkraft: $F_{s2} := \mathbf{if}(|\varepsilon_{s2}| > \varepsilon_{s.grenz}, -f_{yd} \cdot A_{so}, E_s \cdot \varepsilon_{s2} \cdot A_{so}) = -18.486 \text{ kN}$

Gleichgewicht: $N_{Rd} := F_{s1} + F_c + F_{s2} = -4.729 \cdot 10^{-14} \text{ kN}$

$$M_{Rd} := F_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - F_c \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right) - F_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) = 115.671 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rds} := -F_c \cdot (d - a) - F_{s2} \cdot (d - d_2) = 115.671 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{s1} := \frac{1}{A_{su}} \cdot \left(\frac{M_{Rds}}{z} + N_{Rd}\right) = 269.53 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \quad \sigma_{s1} := \varepsilon_{s1} \cdot E_s = 270.296 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_{c2} := \varepsilon_{c2} \cdot E_{cm} = -14.731 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

Krümmung: $\kappa := \frac{|\varepsilon_{c2}|}{x} = 0.0073701 \frac{1}{\text{m}}$ $\kappa := \frac{|\varepsilon_{c2}| + |\varepsilon_{s1}|}{d} = 0.00737012 \frac{1}{\text{m}}$

Biegesteifigkeit im Zustand II: $EI := \frac{M_{Rd}}{\kappa} = 15.695 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$

e) Verformung in Plattenmitte:

Verformungsgrenzwerte:

$$w_I := \frac{5 \cdot p_{quasi} \cdot l^4}{384 \cdot EI_I} = 9.877 \text{ mm}$$

$$w_{II} := \frac{5 \cdot p_{quasi} \cdot l^4}{384 \cdot EI_{II}} = 42.357 \text{ mm}$$

Integration mit abschnittsweise konstanter Biegesteifigkeit:

$$x_r = 0.67 \text{ m}$$

$$A_{quasi} := p_{quasi} \cdot l \cdot 0.5 = 50 \text{ kN}$$

$$\max M := \frac{p_{quasi} \cdot l^2}{8} = 100 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_q(x) := x \cdot 0.5 \quad M(x) := A_{quasi} \cdot x - p_{quasi} \cdot x^2 \cdot 0.5$$

$$w_1 := \frac{2}{EI_I} \cdot \int_0^{x_r} M_q(x) \cdot M(x) \, dx = 0.07 \text{ mm}$$

$$w_2 := \frac{2}{EI_{II}} \cdot \int_{x_r}^{\frac{l}{2}} M_q(x) \cdot M(x) \, dx = 42.059 \text{ mm}$$

$$w_{ges} := w_1 + w_2 = 42.128 \text{ mm}$$