

Räumliche Aussteifung im Stahlbetonbau

1. Einleitung

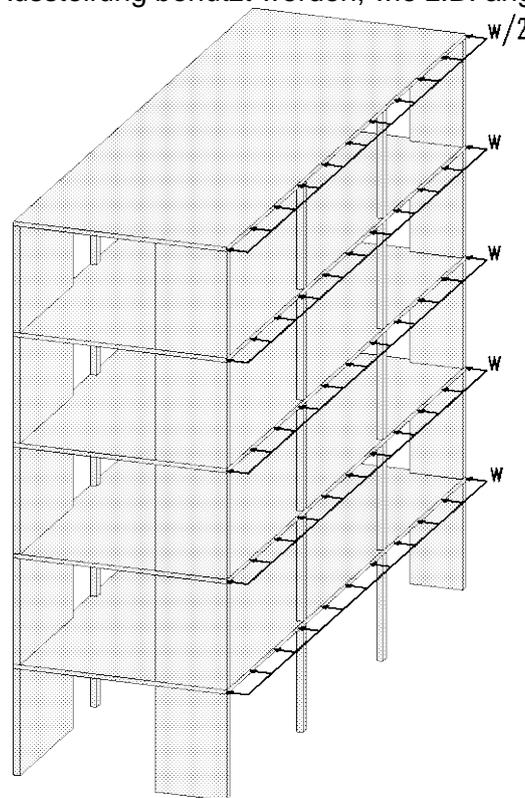
Die Aussteifung von Gebäuden ist grundsätzlich gesehen wichtiger als die Bemessung der einzelnen Bauteile, da bei Versagen der Aussteifung die Gesamtstandsicherheit des Gebäudes betroffen ist. Folgende Begriffe werden unterschieden:

Stabilisierende Bauteile wie z.B. Decken oder Rahmenriegel:

Die stabilisierenden Bauteile leiten u.A. die angreifenden horizontalen Lasten (z.B. Wind) weiter in die aussteifenden Bauteile.

Aussteifende Bauteile (z.B. Stütze, Wand, Kern):

Die aussteifenden Bauteile dienen der Weiterleitung von vertikalen und horizontalen Lasten in den Baugrund. Außerdem stützen sie mit Hilfe der stabilisierenden Bauteile sonstige Bauteile ab, die nicht zur Aussteifung benutzt werden, wie z.B. angehängte Stützen.



Bei der Dimensionierung der aussteifenden Bauteile sind immer Verformungen zu berücksichtigen, die zu zusätzlichen Belastungen führen. Diese können resultieren aus:

- a) Bauungenauigkeiten bei der Herstellung wie z.B. abweichende Systemlängen, Schiefstellung von Stützen, usw.
- b) Belastungen: Die Ermittlung der Schnittgrößen infolge Verformungen wird als Theorie II. Ordnung bezeichnet. Sie ist in der Regel nur bei hohen Druckkräften in den vertikalen Bauteilen (Stützen, Wände, Kerne) zu berücksichtigen. Die Bedingungen sind im EC 2 festgelegt.

Die einzelnen aussteifenden Bauteile sind für die inneren Kräfte und Momente zu bemessen, die sich aus der **Schnittgrößenermittlung am Gesamttragwerk** ergeben, wobei die Auswirkungen von Einwirkungen (Lasten) und Imperfektionen (z.B. Schiefstellung) am Tragwerk als Ganzes mit einzubeziehen sind.

2. Horizontale Lasten

2.1 Windlasten

Der Ansatz der Windlasten erfolgt nach EC 2 Teil 4. Um die i.A. ungleichmäßige Wirkung des Windes zu berücksichtigen, muss die Windresultierende um 10 % der Gebäudebreite, auf die der Wind wirkt, ungünstigst für die betrachtete Dimensionierungsaufgabe nach links (oben) oder rechts (unten) versetzt werden.

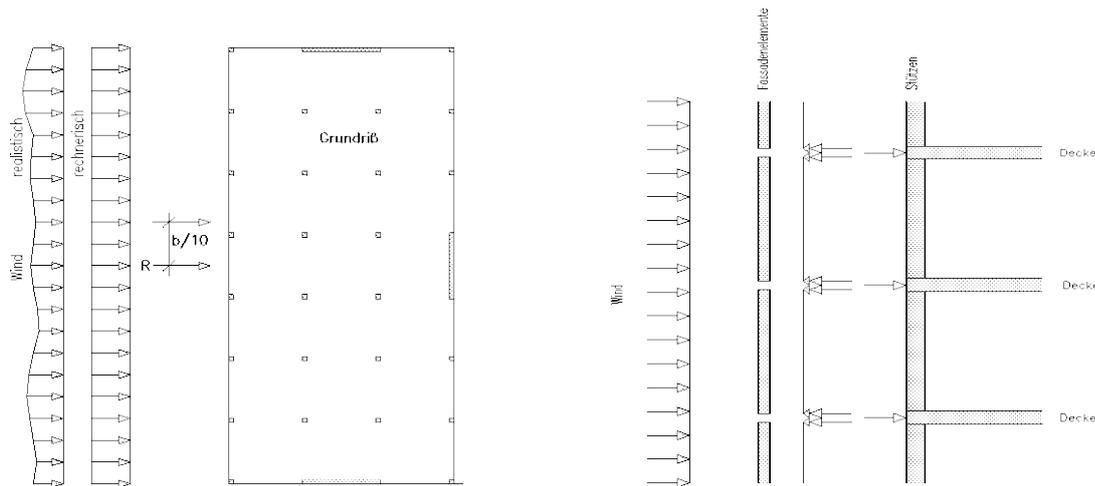


Bild: Windwirkung

Windlastverteilung

Die Windlast trifft auf eine Gebäudefront und wird dort je nach Fassadenausbildung mehr oder weniger direkt über die Fassade in die Deckenscheiben abgetragen. Die Genauigkeit ist ausreichend, wenn für jedes Geschoss mit einem Einfeldträger zwischen den Deckenscheiben gerechnet wird (siehe Bild).

Windzone		Geschwindigkeitsdruck q_p in kN/m^2 bei einer Gebäudehöhe h in den Grenzen von		
		$h \leq 10\text{m}$	$10\text{ m} < h \leq 18\text{ m}$	$18\text{ m} < h \leq 25\text{ m}$
1	Binnenland	0,50	0,65	0,75
2	Binnenland	0,65	0,80	0,90
	Küste und Inseln der Ostsee	0,85	1,00	1,10
3	Binnenland	0,80	0,95	1,10
	Küste und Inseln der Ostsee	1,05	1,20	1,30
4	Binnenland	0,95	1,15	1,30
	Küste der Nord- und Ostsee und Inseln der Ostsee	1,25	1,40	1,55
	Inseln der Nordsee	1,40	—	—

DIN EN 1991-1-4/NA, Tabelle NA.B.3: Vereinfachte Böengeschwindigkeitsdrücke für Bauwerke bis 25 m Höhe

2.2 Schiefstellung

Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit sind ungünstige Auswirkungen möglicher Imperfektionen (hier: Schiefstellung) des unbelasteten Tragwerks zu berücksichtigen.

2.2.1 Auswirkungen auf die aussteifenden Bauteile

Die Auswirkungen der Imperfektionen dürfen über die Schiefstellung des Tragwerks gegen die Sollachse um den Winkel $\Theta_i = \Theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$ im Bogenmaß berücksichtigt werden.

$\Theta_0 = 1/200$ Grundwert der Schiefstellung

$0 \leq \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l_{col}}} \leq 1$ Abminderungsbeiwert für die Höhe h

$\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot (1 + 1/m)}$ Abminderungsbeiwert für die Anzahl der lastabtragenden Bauteile

Hierbei ist m die Anzahl der lotrechten, lastabtragenden, in einem Geschoss nebeneinanderliegenden Bauteile. Als lastabtragend gelten die Bauteile dann, wenn sie mind. 70 % der mittleren Längskraft $N_{Ed,m} = F_{Ed} / m$ aufnehmen, worin F_{Ed} die Summe aller Bemessungswerte der einwirkenden Längskräfte in dem betrachteten Geschoss bezeichnet.

Alternativ darf die Schiefstellung durch äquivalente Horizontalkräfte ersetzt werden.

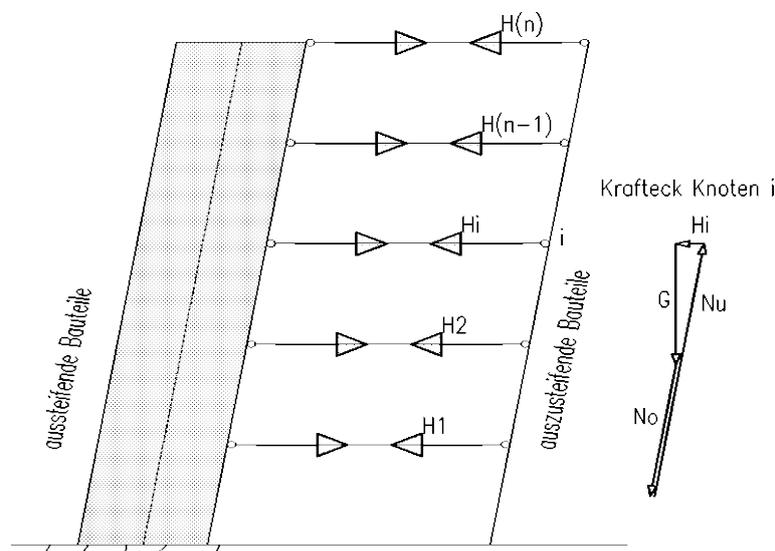


Bild: Äquivalente Horizontalkraft aus Schiefstellung

Die äquivalente Horizontalkraft H_i am Knoten i ergibt sich aus: $\frac{H_i}{G} = \tan \Theta_i$

Für kleine Winkel gilt: $\tan \Theta_i \approx \Theta_i$ Daraus folgt: $H_i = G \cdot \Theta_i$

Somit kann für jedes Geschoss eine äquivalente Horizontalkraft H_i berechnet werden, die durch den **Schwerpunkt der vertikalen Geschosslast** gehen muss.

2.2.2 Auswirkungen auf die stabilisierenden Bauteile

Bauteile, die Stabilisierungskräfte auf die aussteifenden Bauteile übertragen, sind für die Aufnahme einer zusätzlichen Horizontalkraft bei ungünstigster Annahme der Schiefstellung zu bemessen:

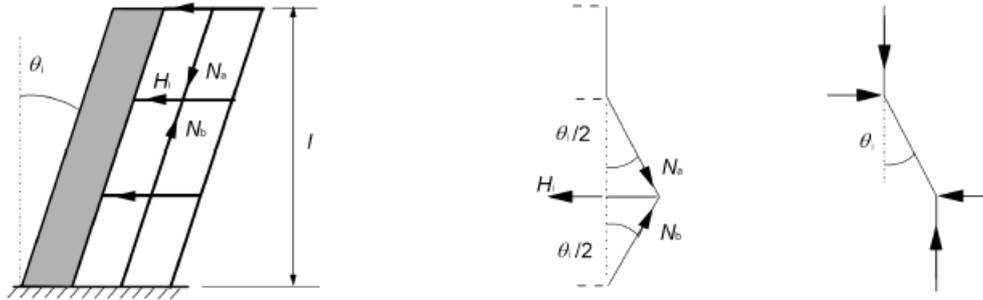


Bild 5.1 EC2: Aussteifungssystem

Geschosdecke

Dachdecke

Geschosdecken: $\Theta_i = \frac{0,008}{\sqrt{2m}}$

Dachdecken: $\Theta_i = \frac{0,008}{\sqrt{m}}$

NA: Der Winkel bei Geschosdecken darf nicht halbiert werden!

m ist hierbei die Anzahl der auszusteifenden Tragwerksteile im Geschoss. Die anzusetzende Horizontalkraft resultierend durch ein Aussteifungselement (z.B. eine Stütze) ergibt sich somit zu $H_{fd} = (N_a + N_b) \cdot \Theta_i$

N_a und N_b sind die Bemessungswerte der Normalkräfte in den anschließenden Stützen/Wänden. H_{fd} braucht für die Bemessung der aussteifenden Bauteile nicht angesetzt zu werden, da sich alle H-Kräfte in der Summe in etwa neutralisieren.

Für die Bemessung des Stabilisierungsbauteils ist H_{fd} **als eigenständige Einwirkung** zu betrachten, d.h. H_{fd} darf nicht durch Kombinationsbeiwerte abgemindert werden, da diese bereits in den Normalkräften berücksichtigt sind.

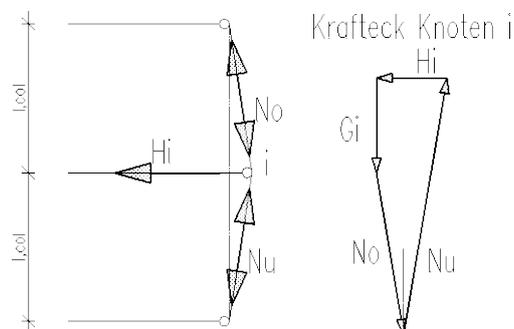


Bild: Stabilisierungskraft

2.3 Zwang

Zwang kann infolge von vielen verschiedenen Umständen entstehen und ist bei der Bemessung zu berücksichtigen. Das folgende Bild zeigt ein typisches Beispiel für Zwang: Zwei Kerne werden wegen Kopplung durch Decken infolge abfließender Hydratationswärme und Schwinden zusätzlich beansprucht.

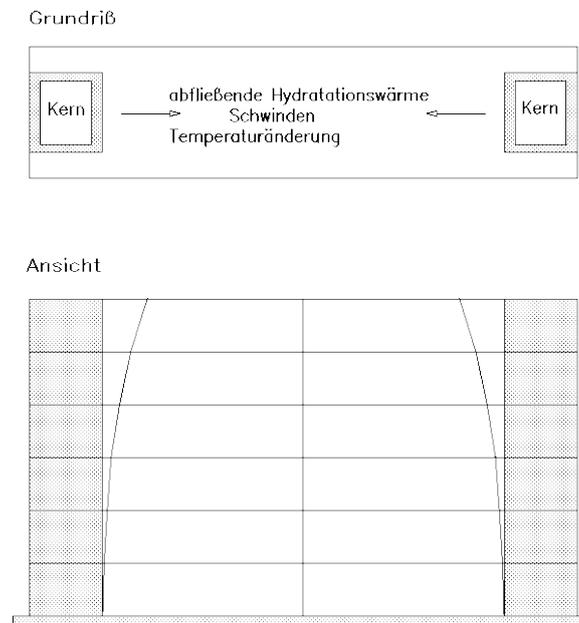
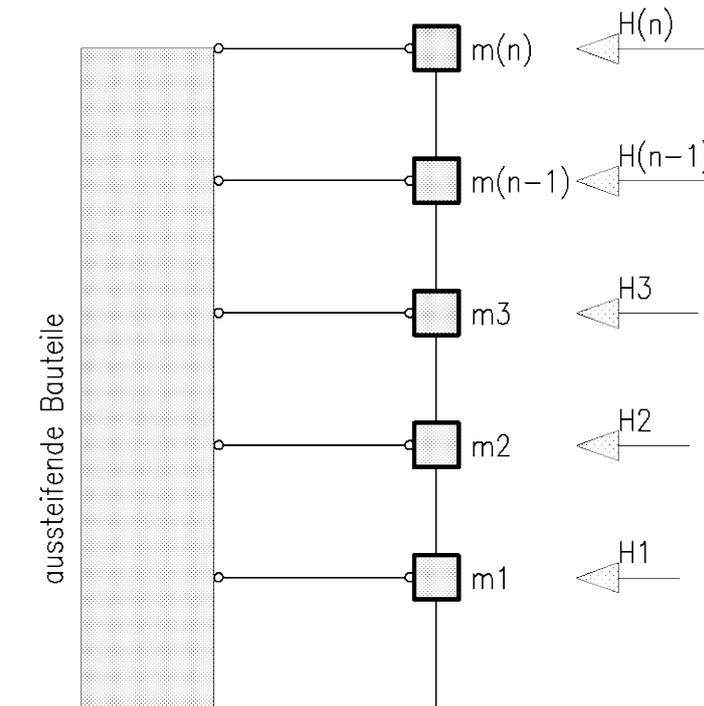


Bild: Belastung infolge Zwang

2.4 Erdbebenlasten

Die Berechnung der Tragwerke infolge **Erdbeben** ist im **Eurocode 8** geregelt. Im Allgemeinen wird hierfür eine dynamische Berechnung mit Hilfe von FEM-Programmen gemacht, indem die Massen der Decken als Punktmassen zusammengefasst werden.

Für einfache Fälle kann alternativ eine statische Berechnung mit statischen Ersatzlasten gemacht werden. Der Ansatz der statischen Ersatzlasten je Geschoss ist der o.g. Norm zu entnehmen.



Dynamische Berechnung: Decken als Punktmassen m_1 bis $m_{(n)}$.
Statische Berechnung: Ersatzlasten H_1 bis $H_{(n)}$ nach EC 8.

Bild: Punktmassen bzw. statische Ersatzlasten für Erdbebenberechnungen

2.5 Sonstige Lasten

Weitere horizontale Lasten sind z.B. Erd- und Wasserdruck, dynamische Lasten infolge von Maschinenschwingungen, usw.

3. Aussteifungselemente

3.1 Auswahl

Das unten stehende Bild zeigt einen Vergleich der Steifigkeiten von einem Kern (schubfeste Verbindung der Wände), von einzelnen Wänden gleich groß wie der Kern, und von einer einzelnen Wand um ihre schwache Achse.

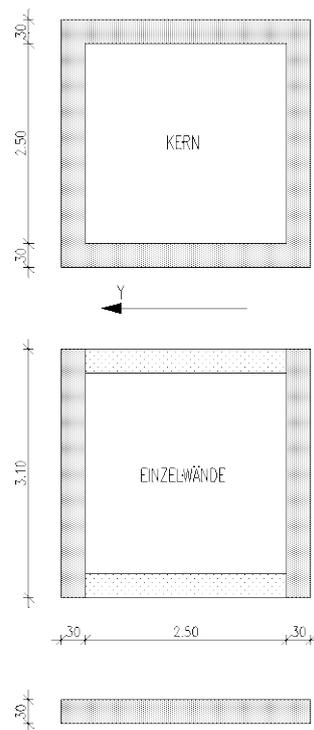


Bild: Vergleich von Steifigkeiten

Kern:
$$I_y = 3,10 \cdot 3,10^3 / 12 - 2,50 \cdot 2,50^3 / 12 = 4,44 m^4$$

Einzelwände:
$$I_y = 2 \cdot 0,30 \cdot 3,10^3 / 12 + 2 \cdot 3,10 \cdot 0,30^3 / 12 = 1,5035 m^4$$

Wand in Querrichtung:
$$I_y = 3,10 \cdot 0,30^3 / 12 = 0,006975 m^4$$

Man kann eindeutig erkennen, dass Profile (hier der Kern) wesentlich höhere Steifigkeiten bringen als einzelne Wände. Weiterhin ist offensichtlich, dass eine Wand um ihre schwache Achse eine Steifigkeit hat, die im Vergleich zur starken Achse vernachlässigbar klein ist. **Deswegen werden Wände für die Aussteifung rechnerisch nur in Richtung ihrer starken Achse angesetzt.**

3.2 Elemente

Das folgende Bild zeigt einige grundsätzliche Möglichkeiten, wie eine Aussteifung konstruiert werden kann. Welche davon letztendlich gewählt wird, hängt von vielen Faktoren ab wie z.B. der Gebäudeart, den architektonischen Anforderungen, der Nutzungsart, usw.

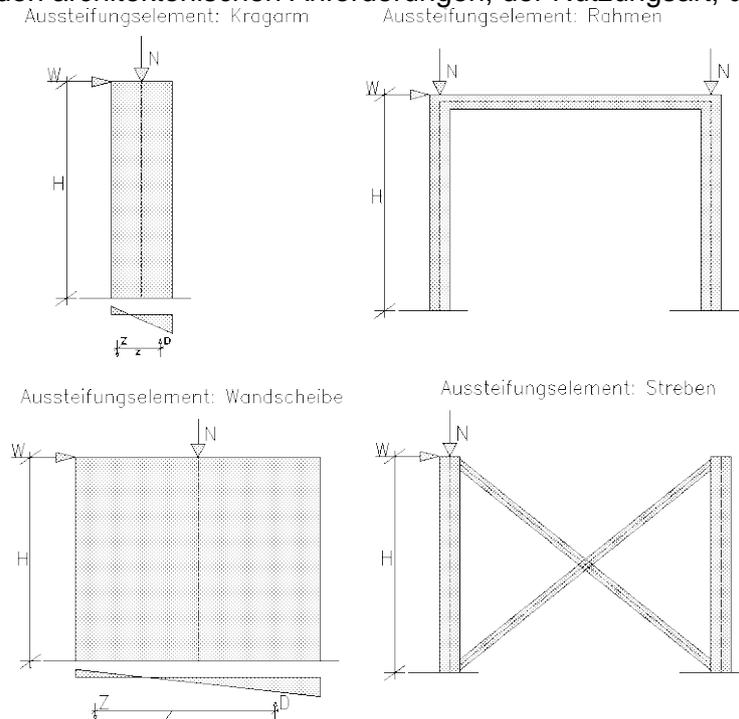


Bild: Grundsätzliche Aussteifungsmöglichkeiten

Die Wandscheibe ist das am häufigsten genutzte Element zur Aussteifung aufgrund ihrer relativ großen Steifigkeit in Wandrichtung, Wandprofile sind noch besser (s.o.). Rahmen werden v.a. dann genutzt, wenn möglichst große und flexible Raumgestaltung gefordert wird; nachteilig wirkt sich die geringe Steifigkeit aus. Fachwerke sind wirtschaftlicher als Rahmen, bringen aber wieder Einschränkungen bei der Raumnutzung z.B. durch störende Diagonalen. Sog. gegliederte Wandscheiben sind ein Kompromiss zwischen großer Steifigkeit und Gestaltung, hierfür müssen Ersatzsteifigkeiten berechnet werden.

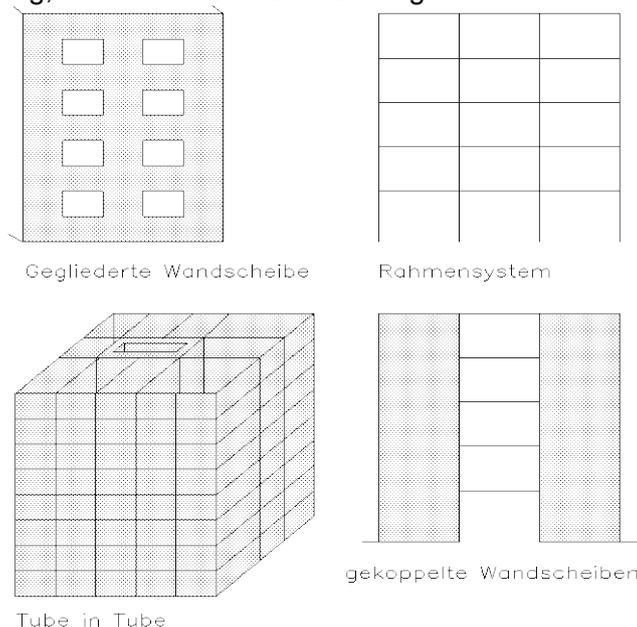


Bild: Beispiele von Aussteifungssystemen

4. Berechnung der stabilisierenden Bauteile

Im Stahlbetonbau sind die stabilisierenden Bauteile bei Gebäuden fast immer Stahlbetondecken, weswegen hier nur darauf eingegangen wird. Andere stabilisierende Bauteile sind fast immer stabförmig, d.h. sie werden wie Stützen behandelt.

Decken sind normalerweise Plattentragwerke, wenn sie Stabilisierungskräfte übertragen wirken sie wie Scheiben. Da die Deckengrundrisse fast immer unregelmäßig sind und Öffnungen enthalten, ist es heute sinnvoll, eine **Scheibenberechnung** mit Hilfe eines FEM-Programms zu machen. Dadurch erhält man alle zugbelasteten Stellen sehr genau und kann dort entsprechend Bewehrung vorsehen, die **zusätzlich zur Plattenbewehrung** einzulegen ist.

Alternativ zur FEM-Berechnung bieten sich auch **Fachwerkmodelle** an, mit deren Hilfe man bei sinnvoller Systemwahl ebenfalls die erforderliche Zugbewehrung ermitteln kann.

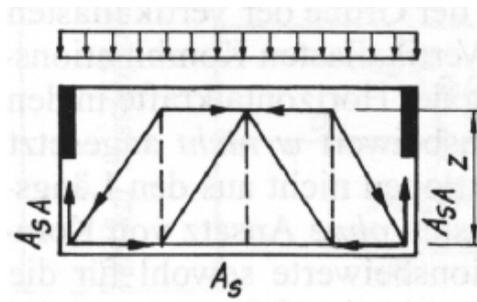


Bild: Einfaches Beispiel für ein Fachwerkmodell

In sehr einfachen Fällen (bei entsprechenden Abmessungen) reicht unter Umständen schon eine Berechnung als Einfeld- bzw. Durchlaufträger aus.

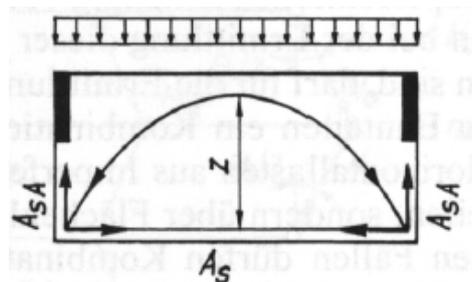


Bild: Berechnung als Einfeldträger

Ein Stabilitätsversagen der Decken ist nicht zu erwarten, da die Decken an vielen Stellen durch Wände und Stützen gegen Ausknicken gesichert sind und die Belastungen sehr gering sind.

5. Berechnung der aussteifenden Bauteile

5.1 Feststellen der Berechnungsmethode

Zu Beginn muss festgestellt werden, ob die Berechnung nach Theorie I. oder II. Ordnung zu führen ist. Allgemein ist eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung erforderlich, wenn durch den Einfluss der Verformungen die Tragfähigkeit um mehr als 10% reduziert wird.

Da dies nur mit sehr hohem Rechenaufwand festgestellt werden kann, sind im EC 2 einfache Kriterien festgelegt, durch die eine Quasi-Unverschieblichkeit bescheinigt werden kann:

Durch **Wandscheiben oder Kerne ausgesteifte Tragwerke** gelten als **unverschieblich**, **wenn** die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

a) bei **annähernd symmetrischer Anordnung** der aussteifenden Bauteile:

$$\frac{F_{V,Ed} \cdot L^2}{E_{cd} \cdot I_c} \leq 0,31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \quad (5.1.1)$$

b) **zusätzlich bei nicht annähernd symmetrischer Anordnung** der aussteifenden Bauteile:

$$\frac{1}{\left[\frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{E_{cd} \cdot I_\omega}{\sum (F_{V,Ed,j} \cdot r_j^2)}} + \frac{1}{2,28} \cdot \sqrt{\frac{G_{cd} \cdot I_t}{\sum (F_{V,Ed,j} \cdot r_j^2)}} \right]^2} \leq 0,31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \quad (5.1.2)$$

$E_{cd} = E_{cm}/1,2$ Bemessungswert des Elastizitätsmoduls von Beton

$G_{cd} = E_{cd}/[2 \cdot (1 + \mu)]$ Bemessungswert des Schubmoduls von Beton, $\mu = 0,2$.

n_s Anzahl der Geschosse

L Gesamthöhe des Tragwerks ab der Einspannung (z.B. im Fundament oder in einem steifen Kellerkasten)

r_j Abstand der Stütze j vom Schubmittelpunkt des Gesamtsystems

$F_{V,Ed}$ Summe aller charakteristischen Vertikallasten

$F_{V,Ed,j}$ Charakteristische Vertikallast des Bauteils j (aussteifend und auszusteifend)

$E_{cd} \cdot I_c$ Summe der Biegesteifigkeiten aller vertikalen aussteifenden Bauteile in der betrachteten Richtung im Zustand I.

$E_{cd} \cdot I_\omega$ Summe der Wölbsteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile

$$E_{cd} \cdot I_\omega = \sum E_{cd,i} (I_{y,i} \cdot y_{M,i}^2 + I_{x,i} \cdot x_{M,i}^2 - 2 \cdot I_{xy,i} \cdot x_{M,i} \cdot y_{M,i}) + \sum E_{cd,i} \cdot I_{\omega,i}$$

$G_{cd} \cdot I_t$ Summe der Torsionssteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile (St. Venant'sche Torsionssteifigkeit)

Wenn die aussteifenden Bauteile im **Grenzzustand der Tragfähigkeit ungerissen** sind, dann darf der Faktor 0,31 auf 0,62 verdoppelt werden. Die aussteifenden Bauteile dürfen als nicht gerissen angenommen werden, wenn die Betonzugspannungen den Wert f_{ctm} nicht überschreiten.

Eine annähernd symmetrische Anordnung (Gleichung (5.1.1)) darf nur unter Einhaltung aller folgenden Bedingungen angenommen werden:

- Ein ausreichender Torsionswiderstand ist vorhanden, d. h., das Tragwerk ist annähernd symmetrisch.
- Die Schubkraftverformungen am Gesamttragwerk sind vernachlässigbar (wie in Aussteifungssystemen überwiegend aus Wandscheiben ohne große Öffnungen),
- Die Aussteifungsbauteile sind starr gegründet, d. h., Verdrehungen sind vernachlässigbar.
- Die Steifigkeit der Aussteifungsbauteile ist entlang der Höhe annähernd konstant.
- Die gesamte vertikale Last nimmt pro Stockwerk annähernd gleichmäßig zu.

Das folgende Bild zeigt mögliche, gute, schlechte und falsche Aussteifungen:

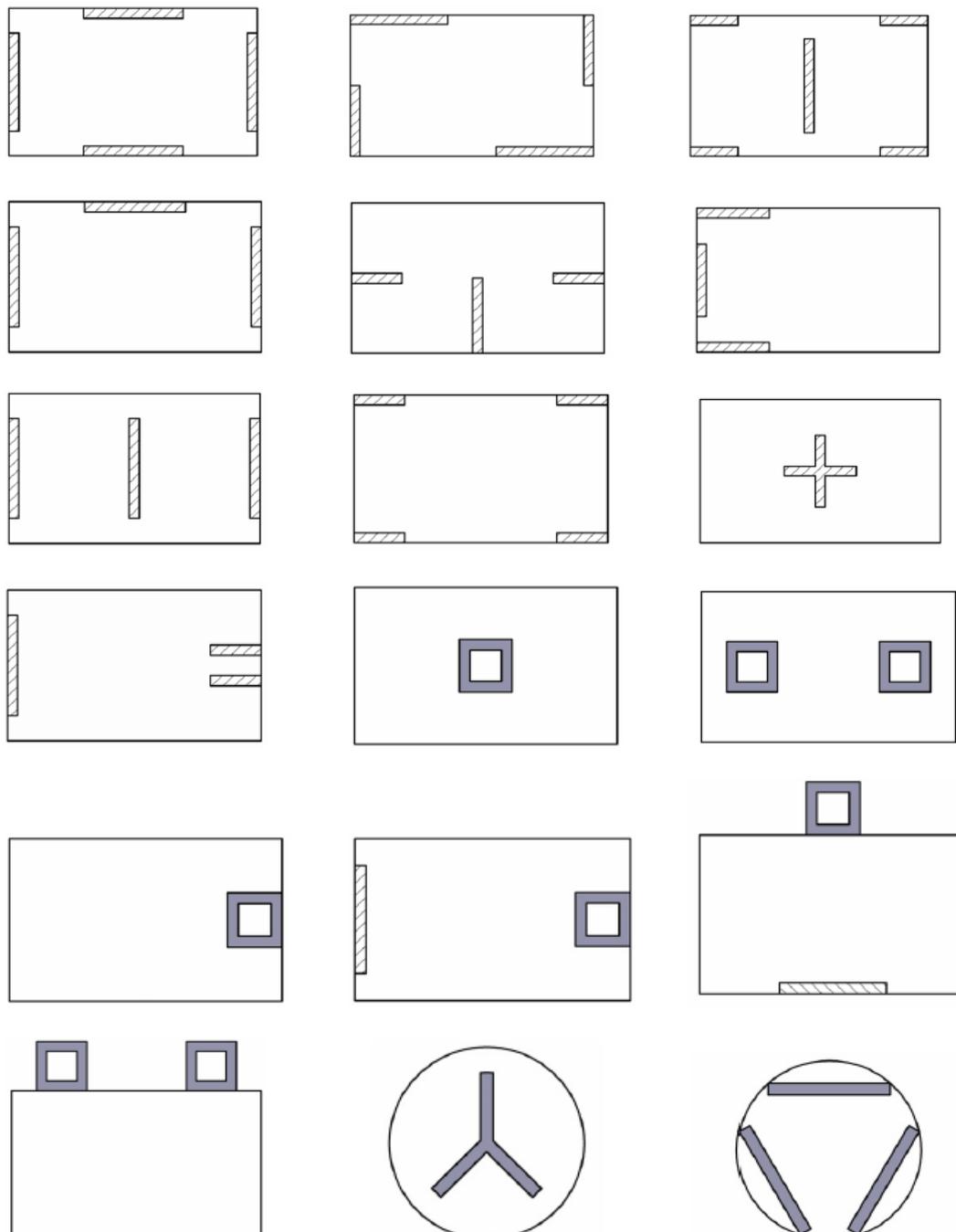


Bild: Anordnung von Aussteifungselementen im Grundriss

5.2 Statisch bestimmte Aussteifung

Grundsätzlich verteilen die Decken eines Gebäudes alle Horizontallasten auf alle im Gebäude vorhandenen aussteifenden Bauteile. Wie oben gesehen zählen z.B. Stützen oder Wände in Querrichtung wegen zu geringer Steifigkeit nicht mit.

Das folgende Bild zeigt eine typische statisch bestimmte Aussteifungskonfiguration mit 3 Wänden: Wie man sieht handelt es sich um ein ebenes Gleichgewichtsproblem, so dass klar ist, dass eine statisch bestimmte Aussteifung mind. 3 Wandscheiben vorhalten muss. Eine Berechnung der Kräfte auf die einzelnen Wände kann mit den 3 Gleichgewichtsbedingungen (Summe $H/V/M = 0$) erfolgen.

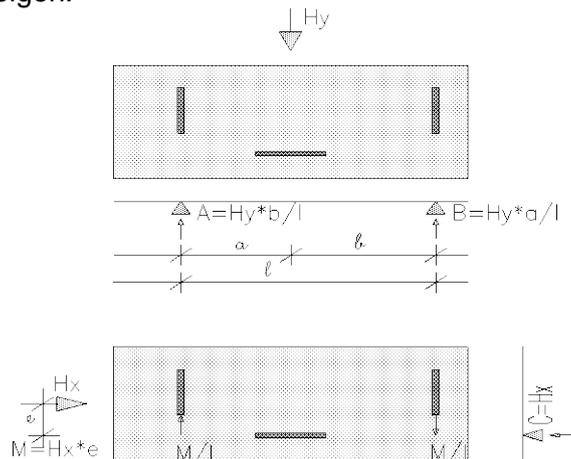


Bild: Statisch bestimmte Aussteifung

Im nächsten Bild kann man erkennen, dass es hierfür Ausnahmen gibt: Wenn 3 Wandscheiben parallel sind, dann ist die Steifigkeit quer zu den Wänden fast = 0, d.h. das System ist instabil gegen horizontales Verschieben. Wenn sich die Wirkungslinien der 3 Wandscheiben in einem Punkt schneiden, dann ist das System instabil gegen verdrehen um diesen Punkt.

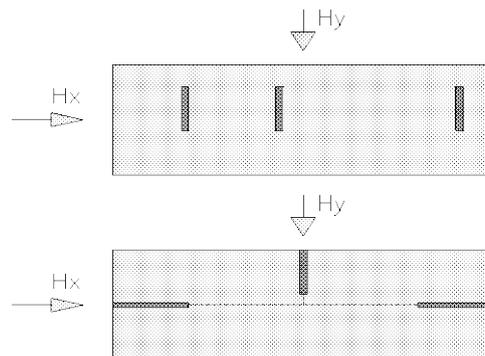


Bild: Ausnahmen bei 3 Wandscheiben

Abschließend soll noch bemerkt werden, dass eine Aussteifung auch mit mehr als 3 Wänden statisch bestimmt sein kann: Wenn z.B. 2 Wände hintereinander stehen, dann können diese wie eine Wand betrachtet werden (nur eine Kraftwirkungslinie), die berechnete Kraft wird dann entsprechend der Steifigkeiten auf die einzelnen Wände verteilt (siehe unten).

5.3 Statisch unbestimmte Aussteifung

Zur Vereinfachung wird zunächst nur eine Aussteifung mit Wänden in einer Richtung betrachtet, bei der die **resultierende Belastung H durch einen Punkt M, den Schubmittelpunkt geht**. In diesem Fall erfährt die Deckenscheibe nur eine Verschiebung in Lastrichtung, keine Verdrehung.

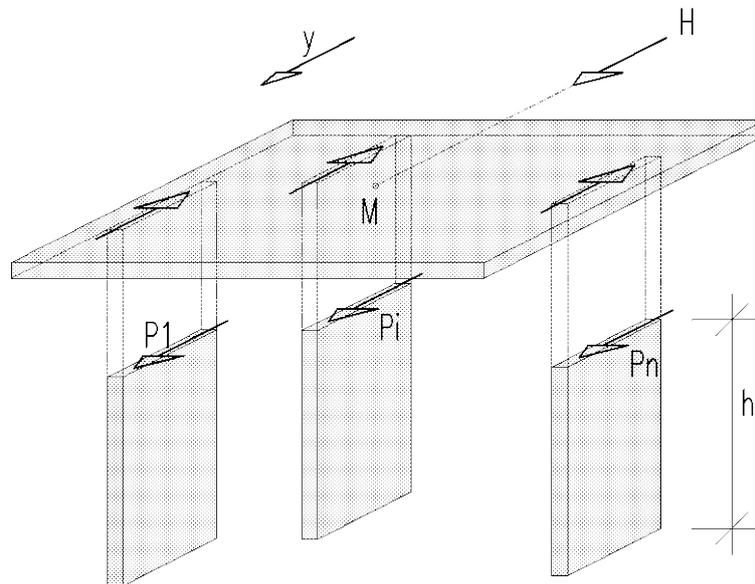


Bild: Statisch unbestimmte Aussteifung in einer Richtung

Die Kopfverschiebung der Scheibe i (Kragarm) ist $f_i = \frac{P_i \cdot h^3}{3 \cdot EI_i}$ (1)

Gleichgewicht an der Decke $H = \sum P_i$ (2)

Da die Decke keine Verdrehung erfährt, muss die Kopfverschiebung aller Wände gleich groß

sein: $f = f_i$ $\frac{P_i \cdot l^3}{3 \cdot EI_i} = \frac{P_k \cdot l^3}{3 \cdot EI_k} \Rightarrow \frac{P_k}{EI_k} = \frac{P_i}{EI_i} = \frac{\sum P_i}{\sum EI_i}$ (3)

Gleichung (3) nach P_i aufgelöst und in Gleichung (2) eingesetzt ergibt die Belastung der

Wandscheibe i: $P_i = H \cdot \frac{EI_i}{\sum EI_i}$

Das bedeutet, dass sich die Last H im Verhältnis der Biegesteifigkeiten der Wände auf diese verteilt.

Da definitionsgemäß **keine Verdrehung stattfindet, wenn die Resultierende durch den Schubmittelpunkt M geht**, kann dieser sehr einfach mittels Gleichgewicht berechnet werden. Dies wird für eine Richtung am folgenden Bild erläutert.

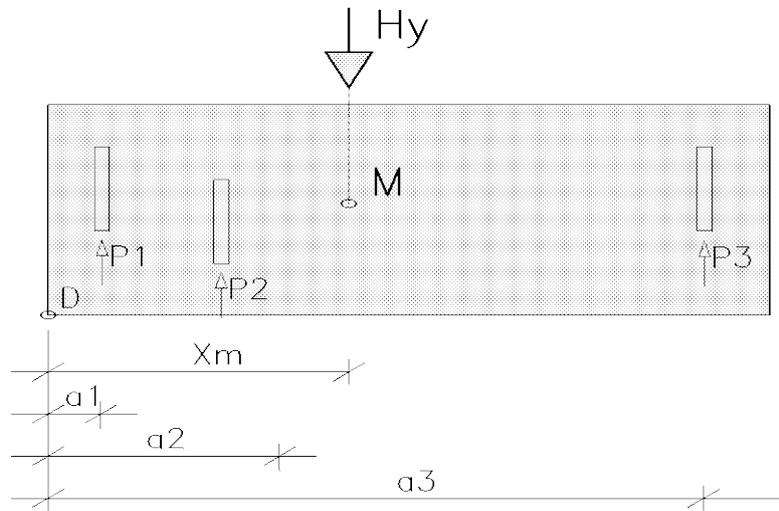


Bild: Berechnung des Schubmittelpunktes

Gleichgewicht:

$$\sum M = 0 \Rightarrow H_y \cdot x_m = \sum a_i \cdot P_i$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow H_y = \sum P_i$$

Daraus folgt:

$$x_m = \frac{\sum a_i \cdot P_i}{\sum P_i} = \frac{\sum a_i \cdot EI_i}{\sum EI_i}$$

Wenn die resultierende **Horizontallast H** nicht durch den **Schubmittelpunkt M** geht (**Normalfall**), dann erfährt die **Deckenscheibe** zusätzlich eine **Verdrehung**. H kann dann in den Schubmittelpunkt verschoben werden, indem man als Ersatz ein Moment $M=H \cdot e$ ansetzt. Dadurch lässt sich die Berechnung der Wandbelastungen in 2 Anteile aufteilen: Den **Verschiebungsanteil** infolge H durch den Schubmittelpunkt und den **Verdrehungsanteil** infolge M um den Schubmittelpunkt.

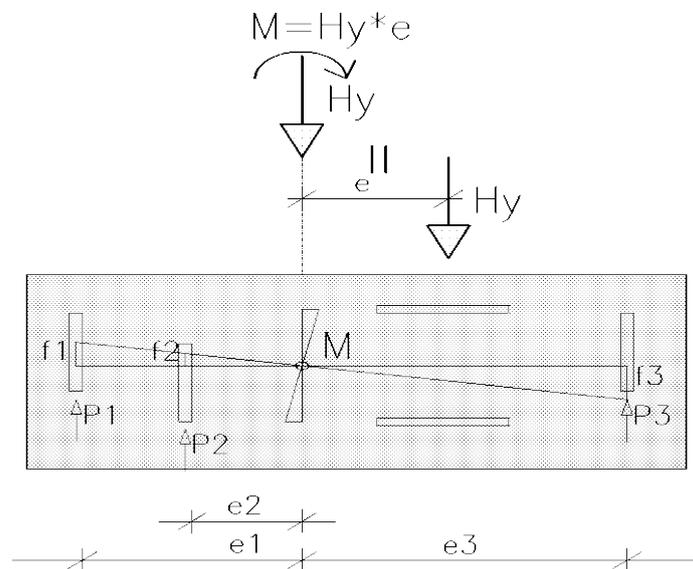


Bild: Verdrehungsanteile infolge Versatzmoment

Mit der Annahme einer starren Deckenscheibe folgt, dass die Verdrehung für alle Wandscheiben konstant ist:

$$\frac{f_i}{e_i} = \frac{f_k}{e_k} \Rightarrow f_i = f_k \cdot \frac{e_i}{e_k} \quad (4)$$

Zunächst wird das Versatzmoment M nur den Wandscheiben in y-Richtung zugewiesen.

Gleichgewicht:
$$\sum M = 0 \Rightarrow M = \sum P_k \cdot e_k \quad (5)$$

Die Kopfverschiebung eines Kragarms (1) eingesetzt in Gleichung (4) ergibt:

$$\frac{P_i \cdot l^3}{3 \cdot EI_i} = \frac{P_k \cdot l^3}{3 \cdot EI_k} \cdot \frac{e_i}{e_k} \Rightarrow P_k = P_i \cdot \frac{EI_k \cdot e_k}{EI_i \cdot e_i} \quad (6)$$

Gleichung (6) eingesetzt in Gleichung (5) ergibt:

$$M = \frac{P_i}{EI_i \cdot e_i} \cdot \sum EI_k \cdot e_k^2 \Rightarrow P_i = \frac{M \cdot EI_i \cdot e_i}{\sum EI_k \cdot e_k^2} \quad (7)$$

Bis jetzt wurden nur die Wandscheiben in einer Richtung betrachtet. Bei mehr als einer Wandscheibe in der anderen Richtung tragen diese ebenfalls zur Aufnahme des Momentes bei, sodass Gleichung (7) erweitert und je Richtung indiziert werden muss:

$$P_{yi} = \frac{M \cdot EI_{xi} \cdot e_{xi}}{\sum EI_{xk} \cdot e_{xk}^2 + \sum EI_{yk} \cdot e_{yk}^2} \quad (8)$$

Unter zusätzlicher Berücksichtigung der Verschiebungsanteile ergibt sich dann die folgende endgültige Kraftverteilung auf die Wandscheiben für eine Last in y-Richtung:

$$P_{yi} = H_y \cdot \frac{EI_{xi}}{\sum EI_{xk}} + M \cdot \frac{EI_{xi} \cdot e_{xi}}{\sum EI_{xk} \cdot e_{xk}^2 + \sum EI_{yk} \cdot e_{yk}^2}$$

$$P_{xi} = M \cdot \frac{EI_{yi} \cdot e_{yi}}{\sum EI_{xk} \cdot e_{xk}^2 + \sum EI_{yk} \cdot e_{yk}^2}$$

Bei einer Belastung H_x in x-Richtung sind die Indices x und y zu vertauschen.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die **Herleitung ohne Berücksichtigung der Trägheitsmomente I_{xy} , I_T und der Wölbsteifigkeit I_w der Einzelemente gemacht** wurde, um die Übersichtlichkeit zu wahren. Eine genauere Darstellung der Herleitung mit Berücksichtigung aller Querschnittswerte kann dem Aufsatz [1] von Beck/Schäfer entnommen werden.

Wie man unschwer erkennen kann, bietet es sich an, die lastunabhängigen nur vom Querschnitt abhängigen Anteile in den obigen Gleichungen separat auszuwerten. Weiterhin ist es sinnvoll, die Wandlasten für eine „**Normlast**“ von **100 kN** zu ermitteln, so dass die Ergebnisse im Prinzip die prozentuale Verteilung der Wind- oder Schiefstellungslasten darstellen.

Somit ergeben sich die folgenden lastunabhängigen Anteile je Richtung:

Verschiebungsanteile: $w_{xi} = \frac{EI_{yi}}{\sum EI_{yk}}$

$$w_{yi} = \frac{EI_{xi}}{\sum EI_{xk}}$$

Verdrehungsanteile: $d_{xi} = \frac{EI_{yi} \cdot e_{yi}}{\sum EI_{xk} \cdot e_{xk}^2 + \sum EI_{yk} \cdot e_{yk}^2}$

$$d_{yi} = \frac{EI_{xi} \cdot e_{xi}}{\sum EI_{xk} \cdot e_{xk}^2 + \sum EI_{yk} \cdot e_{yk}^2}$$

Die Wandlasten ergeben sich dann

für eine Last in x-Richtung: $P_{xi} = H_x \cdot w_{xi} + M \cdot d_{xi}$

$$P_{yi} = M \cdot d_{yi}$$

für eine Last in y-Richtung: $P_{yi} = H_y \cdot w_{yi} + M \cdot d_{yi}$

$$P_{xi} = M \cdot d_{xi}$$

Außerdem muss festgestellt werden, dass Torsions- und Wölbsteifigkeit praktisch nur zum Tragen kommen, wenn nur ein einzelnes Bauteil wie z.B. ein Kern die gesamte Aussteifung ausmacht. Bei Aussteifungselementen innerhalb einer Gruppe von verstreut angeordneten Elementen können Torsions- und Wölbsteifigkeit kaum wirksam werden, da dem einzelnen Element die Verdrehung des Gesamtsystems aufgezwungen wird, d.h. die Belastung aus Verdrehung des Gesamtsystems wird im Wesentlichen über Biegung der Einzelemente abgetragen.

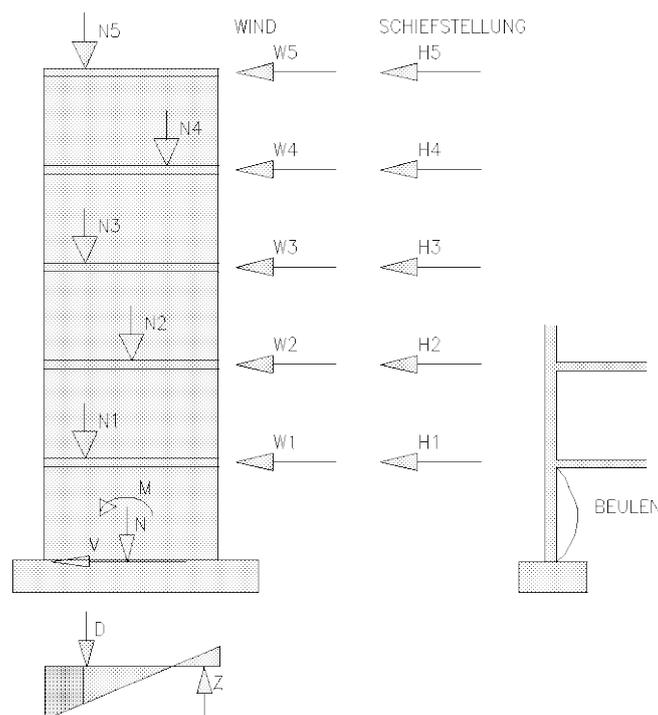
5.4 Bemessung der Aussteifungselemente

Die Aussteifungselemente sind i.A. Wände oder Profile aus Wänden, die durch die Deckenscheiben verbunden sind. Wenn kein Nachweis am Gesamtsystem nach Theorie II. Ordnung erforderlich ist, dann besteht in Tragrichtung der Wände keine Gefahr von Stabilitätsversagen. Das bedeutet, dass folgende Nachweise zu führen sind:

- Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist nachzuweisen, dass der Beton nicht auf Druck versagt (u.U. mit Druckbewehrung verstärken).
- Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist nachzuweisen, dass der Stahl nicht auf Zug versagt.
- Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist nachzuweisen, dass die Betonzugspannung die Größe f_{ctm} nicht überschreitet.

Ein Stabilitätsversagen kann aber trotzdem in Querrichtung der Wand in Form von Beulen auftreten, d.h. die Wand knickt im Bereich hoher Druckkräfte aus. Um dies zu vermeiden, kann näherungsweise eine Stützenbemessung in Wandquerrichtung im Bereich hoher Druckkräfte gemacht werden (z.B. mit einer Stützenbreite von 1 m).

Das folgende Bild zeigt den typischen Belastungsfall einer aussteifenden Wand und die zugehörigen Schnittgrößen und Spannungen am Wandfuß:



Die praktische Vorgehensweise für die jeweils ungünstigste Einwirkungskombination kann so aussehen:

- Biegebemessung für $N+M$ mit Interaktionsdiagramm für symmetrische Bewehrung oder k_d -Tafeln bei unsymmetrischer und nicht zu hoher Belastung. Alternativ kann bei geringer Wandbelastung die Zugkraft Z mit Stahl abgedeckt ($A_s = Z/f_{yd}$) und die Druckseite nachgewiesen (Betondruckspannung $\leq f_{cd}$) werden.
- Schubbemessung für V
- Knicknachweis um die schwache Achse der Wand für die Last im Randbereich der Druckspannungsfläche.

6. Besonderheiten

6.1 „Steifer Kellerkasten“

Häufig ist das Kellergeschoss eines Gebäudes durch fast öffnungsfreie Umfassungswände und/oder durch eine größere Anzahl von Längs-, Quer- und Treppenhauswänden ausgesteift. In Verbindung mit der Kellerdecke entsteht so ein nur sehr gering verformbarer "steifer Kasten". In diesen Fällen darf die Einspannhöhe L von der Oberkante der Kellerdecke aus angenommen werden.

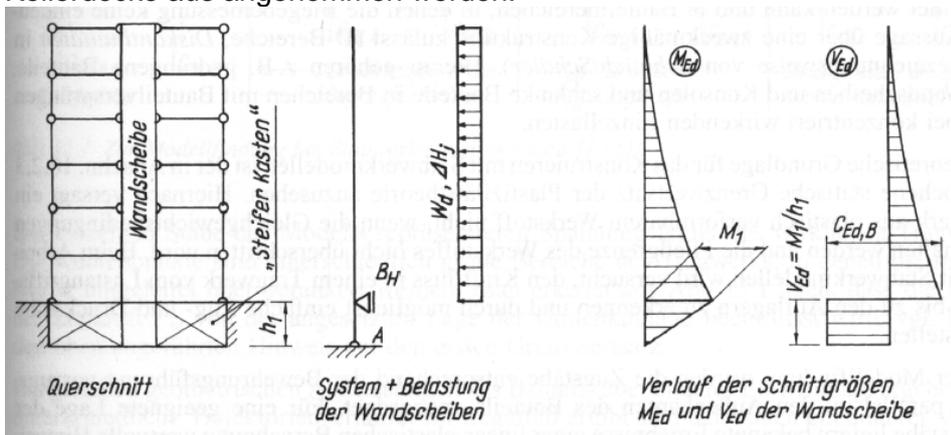


Bild: Einspannung einer Wandscheibe in ein steifes Kellergeschoß

Das dadurch entstehende statische System führt zu **großen Querkräften in den aussteifenden Wandscheiben und in der Kellerdecke**. Die meist sehr große horizontale Auflagerkraft $C_{Ed,B}$ muss über die Kellerdecke in die aussteifenden Wände des Kellergeschosses weiter geleitet werden.

6.2 Über die Wandhöhe veränderliche Steifigkeiten

Wenn die Steifigkeit einer Wandscheibe über die Höhe veränderlich oder z.B. durch Öffnungen gestört ist, dann kann näherungsweise mit einer Ersatzsteifigkeit gearbeitet werden. Diese ergibt sich aus der Bedingung, dass die Verschiebung der Ersatzscheibe mit der wahren Verschiebung möglichst gut übereinstimmt. Als erste Näherung reicht die Übereinstimmung der Kopfverschiebung aus. Wenn die Schubsteifigkeit mit einbezogen werden soll (z.B. bei großen Öffnungen), dann kann ein weiterer Vergleichswert in einer anderen Höhe (h_2 im Bild) einbezogen werden.

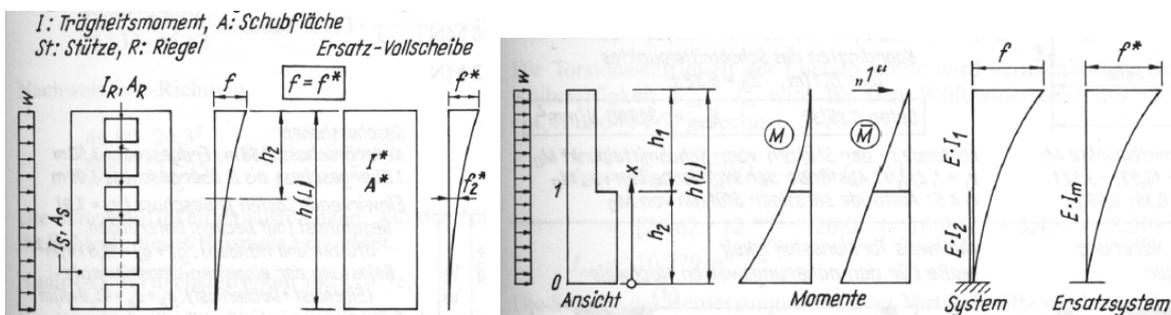


Bild 6.2: a) Scheibe mit Öffnungen

b) Scheibe mit veränderlichem Querschnitt

Wenn die Scheibengeometrie sehr ungleichmäßig ist, dann sollte mittels FEM-Berechnung eine genauere Berechnung gemacht werden.

7. Literatur

- [1] DIN EN 1992-1-1 Eurocode 2, Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Beuth Verlag GmbH, 10772 Berlin
- [2] DIN EN 1992-1-1/NA Eurocode 2, Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Beuth Verlag GmbH, 10772 Berlin
- [3] Eurocode 2 für Deutschland, Kommentierte Fassung, Ernst&Sohn, Berlin
- [4] Schneider Bautabellen für Ingenieure, neueste Auflage.
- [5] Heft 600 DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin
- [6] Beck/Schäfer: Die Berechnung von Hochhäusern durch Zusammenfassung aller aussteifender Bauteile zu einem Balken. Der Bauingenieur Heft 3 1969.
- [7] König/Liphardt, Hochhäuser aus Stahlbeton.